ပြည်ထောင်စုသမ္မတမြန်မာနိုင်ငံတော်အစိုးရ
ပညာရေးဝန်ကြီးဌာန

သင်္ချာအတွဲ(၂)

အဖြေမတန်း

GRADE 9

အခြေခံပညာသင်ရိုးညွှန်းတမ်း၊ သင်ရိုးမာတိကာနှင့်
ကျောင်းသုံးစာအုပ်ကော်မတီ

၂၀၁၅–၂၀၁၆

ပြည်ထောင်စုသမ္မတမြန်မာနိုင်ငံတော်အစိုးရ
ပညာရေးဝန်ကြီးဌာန

သင်္ချာအတွဲ(၂)

အဋ္ဌမတန်း

GRADE 9

အခြေခံပညာသင်ရိုးညွှန်းတမ်း၊ သင်ရိုးမာတိကာနှင့်
ကျောင်းသုံးစာအုပ်ကော်မတီ
၂၀၁၅-၂၀၁၆

၂၀၁၄ ခုနှစ်၊ စက်တင်ဘာလ၊ အုပ်ရေ- ၂၁၀၀၀၀

၂၀၁၅–၂၀၁၆ ပညာသင်နှစ်

အခြေခံပညာ သင်ရိုးညွှန်းတမ်း၊ သင်ရိုးမာတိကာနှင့်
ကျောင်းသုံးစာအုပ်ကော်မတီ၏ မူပိုင်ဖြစ်သည် ။

မာတိကာ

အခန်း (1)
မျဉ်းပြိုင်များနှင့် သဏ္ဌာန်တူခြင်း

1.1 ပြန်လည် လေ့လာရန် အကြောင်းအရာများ

မျဉ်းပြိုင်များနှင့် မျဉ်းပြိုင်များဆိုင်ရာ အချို့သော ဂုဏ်သတ္တိများကို သိရှိနားလည်ပြီး ဖြစ်သည့်အလျောက်ပြီးခဲ့သည့် သင်ခန်းစာများမှ အောက်ပါအကြောင်းအရာများကို ပြန်လည် လေ့လာထားသင့်ပေသည်။

(a) မျဉ်းပြိုင်များ

(b) မျဉ်းပြိုင်များအကြား အကွာအဝေး

(c) မျဉ်းပြိုင်များကို ဖြတ်ခြင်း

(d) လိုက်ဖက်ထောင့်များ ၊ သမသတ်ထောင့်များ ၊ အတွင်းနှင့် အပြင်ထောင့်များ

မျဉ်းပြိုင်နှစ်ကြောင်းကို မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းက ဖြတ်လျှင် -

(a) **လိုက်ဖက်ထောင့်များ တူညီသည်။**

(b) **သမသတ်ထောင့်များ တူညီသည်။**

(c) **ဖြတ်မျဉ်း၏တစ်ဖက်တည်းရှိအတွင်းထောင့်များသည်**ထောင့်ဖြောင့်ဖြည့်ဖက်များ **ဖြစ်ကြသည်။**

1.2 အချိုးနှင့် အချိုးတူများ

ကိန်းများ၏အချိုးကို လေ့လာခဲ့ကြရာတွင် 3 **အချိုး 4 ကို** $\frac{3}{4}$ ဟူ၍လည်းကောင်း၊ -7 အချိုး -9 ကို $\frac{-7}{-9}=\frac{7}{9}$ ဟူ၍လည်းကောင်း ရေးနိုင်ကြောင်း သိရှိပြီးဖြစ်သည်။ ယေဘုယျအားဖြင့် p အချိုး q ကို $\frac{p}{q}(q \neq 0)$ ဟုရေးသည်။

(ဤသို့ရေးရာတွင် $q \neq 0$ သည်အဘယ်ကြောင့်လိုအပ်ချက်တစ်ရပ် ဖြစ်သည်ကို သင်သိပါ၏လော။)

ကိန်းလေးခုအချိုးတူခြင်းအကြောင်းကိုလေ့လာခဲ့ကြရာတွင် a အချိုး b နှင့် c **အချိုး** d တို့တန်ဖိုးတူလျှင် ကိန်း a,b,c,d တို့သည်အချိုးတူကြောင်းကိုလည်း သိရှိပြီးဖြစ်သည်။ ဥပမာအားဖြင့် $\frac{1}{2}=\frac{3}{6}$ ဖြစ်၍ 1,2,3,6 တို့သည် အချိုးတူကြသည်။

မျဉ်းပိုင်းများ၏အလျားများသည် ကိန်းစစ်များဖြစ်ကြ၍ မျဉ်းပိုင်းနှစ်ခု၏အလျားများ အချိုးကိုထိုမျဉ်းပိုင်းနှစ်ခု၏ အချိုးဟုခေါ်သည်။ဥပမာအားဖြင့်AB=4.6 cm, CD = 6.9cm ဖြစ်ပါက ထိုမျဉ်းပိုင်းနှစ်ခု၏ အချိုးမှာ အောက်ပါအတိုင်းဖြစ်သည်။

$$\frac{AB}{CD}=\frac{4.6}{6.9}=\frac{2\times 2.3}{3\times 2.3}=\frac{2}{3}$$

မျဉ်းပိုင်းများ၏အချိုးများကို လေ့လာသောအခါတွင် တူညီသောယူနစ်များ ဖြစ်ရမည်ကို သတိပြုရမည်။ ဥပမာအားဖြင့် AB = 4cm, CD = 60mm ဖြစ်ပါက 4cm ကို မီလီမီတာ ပြီးမှ အချိုးချရမည်။ ၄င်းတို့၏ အချိုးများမှာ $\frac{40}{60}=\frac{2}{3}$ ဖြစ်သည်။

မျဉ်းပိုင်းနှစ်ခု၏ အချိုးများကို ၄င်းတို့၏ အလျားများ အချိုးဖြင့် သတ်မှတ်ပြီးနောက် အချိုးနှင့်အချိုးတူတို့၏ ဂုဏ်သတ္တိများကိုမျဉ်းပိုင်းများအချိုးတွင်လည်းအသုံးပြုနိုင်ပေသည်။ ဥပမာအားဖြင့် AB = 5.6cm, CD = 7cm, EF = 8cm နှင့် GH = 10cm ဖြစ်ပါက $\frac{AB}{CD}=\frac{5.6}{7}=\frac{56}{70}=\frac{4\times 14}{5\times 14}=\frac{4}{5}$ နှင့် $\frac{EF}{GH}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရှိနိုင်သည်။ သို့ဖြစ်၍ $\frac{AB}{CD}$ နှင့် $\frac{EF}{GH}$ တို့တူညီနေပေသည်။ထို့ကြောင့် AB,CD,EF နှင့် GH တို့သည် အချိုးတူကြသည်။

ထို့ကြောင့် မျဉ်းပိုင်းလေးခု AB, CD, EF နှင့် GH တို့သည် အချိုးတူကြသောအခါ $\frac{AB}{CD}=\frac{EF}{GH}$ ဖြစ်သည်။

ကြက်ခြေခတ်မြှောက်ခြင်းအားဖြင့် ဆက်သွယ်ချက် $AB\times GH=CD\times EF$ ကို ရေးနိုင်ပေသည်။၎င်းဆက်သွယ်ချက်ကို ဂျီဩမေတြီအနေဖြင့် အောက်ပါအတိုင်း ဖော်ပြနိုင်ပေသည်။

မျဉ်းပိုင်းလေးခုတို့သည် အချိုးတူကြလျှင် ပထမအနားနှင့်စတုတ္ထအနားတို့ဖြင့် တည်ဆောက်ထားသော ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ဧရိယာသည် ဒုတိယအနားနှင့် တတိယအနားတို့ဖြင့် တည်ဆောက်ထားသော ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ ဧရိယာနှင့်တူညီသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (1.1)

1. ΔABC တွင်BC = 6cm,CA = 5cm နှင့် AB = 4cm ဖြစ်သည်။၄င်း၏အနားများကို အသုံးပြုလျက်အချိုးမည်မျှယူနိုင်သနည်း။၄င်းအနားများ၏အချိုးများနှင့်ဂဏန်းတန်ဖိုးများကို ရေးပြပါ။
2. အောက်ပါ မျဉ်းပိုင်းတစ်စုံ၏ အချိုးများကို ရှာပါ။
   (1) AB = 4.4 cm, CD = 55 mm
   (2) AB = 33 mm, CD = 6.6 cm
   (3) AB = 2.4 cm, CD = 120 mm
   (4) AB = 1780 mm, CD = 0.89 m

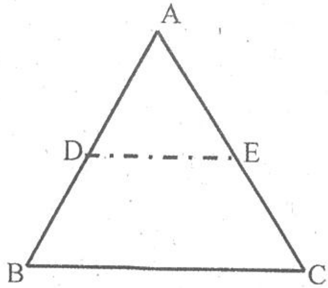
3. အောက်ပါတို့တွင် သင်နှစ်သက်ရာ အနားနှစ်ခု၏ အချိုးသည် မည်သို့ရှိမည်နည်း။

(i) အနားညီ Δ တစ်ခု

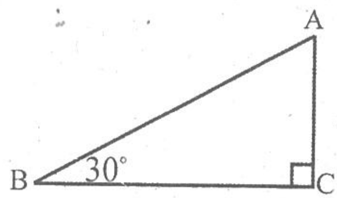
(ii) စတုရန်းတစ်ခု

(iii) ရှမ်းဗတ်တစ်ခု

4. ΔABC ကိုဆွဲပြီး AB နှင့် AC တို့၏ အလယ်အမှတ်များကို D နှင့် E ဖြင့်မှတ်သားပါ။ D နှင့် E ကိုဆက်ပါ။ ပုံ(1.1) ကိုကြည့်ပါ။ BC နှင့် DE တို့ကို တိုင်းယူပြီး DE နှင့် BC တို့သည် 1:2 ရှိကြောင်းပြပါ။



ပုံ **(1.1)**



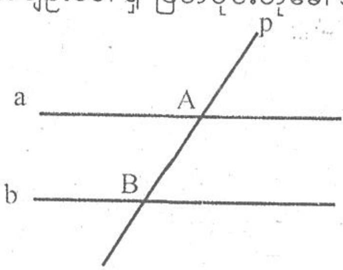
ပုံ **(1.2)**

5. $BC = 4cm$, $\angle B = 30^\circ$ နှင့် $\angle C = 90^\circ$ ရှိသောထောင့်မှန် Δ တစ်ခု ကိုတည်ဆောက်ပါ။ ပုံ(1.2) ကိုကြည့်ပါ။ AC နှင့်ထောင့်မှန်ခံအနား AB ကိုတိုင်းပါ။ AC နှင့် AB ၏အချိုးသည် 1:2 ရှိကြောင်းပြပါ။

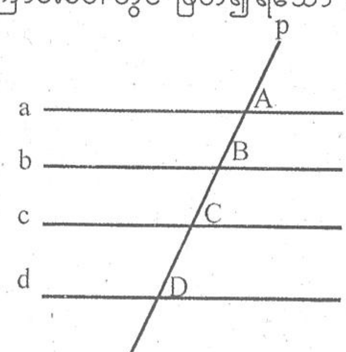
6. AB, CD, EF, GH တို့သည် အချိုးတူကြသည်။ CD, AB, GH, EF တို့သည်လည်း အချိုးတူကြကြောင်း ရှင်းလင်းပြပါ။ မျဉ်းပိုင်းလေးခု အချိုးတူစေမည့် အခြားအစီအစဉ် တစ်ခု (သို့မဟုတ်) အစီအစဉ်များရှာနိုင်ပါသလား။

1.3 ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းပေါ်ရှိဖြတ်ပိုင်း **(Intercept on a Transversal)**

မျဉ်းပြိုင်နှစ်ကြောင်းဖြင့်ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းပေါ်တွင် ဖြတ်၍ရသော မျဉ်းပိုင်းကို ဖြတ်မျဉ်းပေါ်ရှိ ဖြတ်ပိုင်းဟုခေါ်သည်။



ပုံ **(1.3)**



ပုံ **(1.4)**

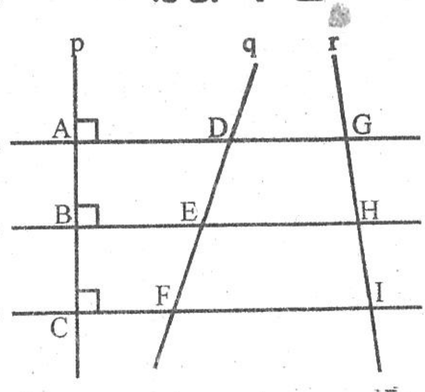
ဥပမာအားဖြင့် a နှင့် b တို့သည် မျဉ်းပြိုင်နှစ်ကြောင်းဖြစ်ပြီး ဖြတ်မျဉ်း p ကို A,B တို့၌အသီးသီးဖြတ်ပါစေ။ မျဉ်းပိုင်း AB သည် ဖြတ်မျဉ်း p ပေါ်တွင် a နှင့် b တို့ဖြင့် ပိုင်း၍ ရလာသည့်ဖြတ်ပိုင်းဖြစ်သည်။ပုံ(1.3)ကိုကြည့်ပါ။အလားတူစွာ ဖြတ်မျဉ်း တစ်ကြောင်း ပေါ်တွင် နှစ်ကြောင်းထက်ပိုသော **မျဉ်းပြိုင်များဖြင့်ဖြတ်ပိုင်းများကို** သတ်မှတ်နိုင်သည်။ ဥပမာအားဖြင့် မျဉ်းပြိုင် a,b,c,d **တို့သည် ဖြတ်မျဉ်း** p ကို A,B,C,D တို့၌အသီးသီး **ဖြတ်လျှင်** မျဉ်းပြိုင်များသည် **p ပေါ်တွင်ဖြတ်ပိုင်း** AB,BC,CD တို့ကို ပိုင်းဖြတ်သည်။ **ပုံ(1.4) ကို** ကြည့်ပါ။

1.4 တူညီစွာ ကွာဝေးသောမျဉ်းပြိုင်သုံးကြောင်းဖြင့် ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းပေါ်တွင် ပိုင်းဖြတ်၍ ရလာသည့် ဖြတ်ပိုင်းများ အချင်းချင်း ဆက်သွယ်မှု

မျဉ်းပြိုင် a နှင့် b ၊ မျဉ်းပြိုင် b နှင့် c တို့အကြား တူညီသော **အကွာအဝေး** 1.5 cm ရှိစေမည့် မျဉ်းပြိုင်သုံးကြောင်း a,b,c ကို တည်ဆောက်ပါ။

အထက်ပါလုပ်ဆောင်ချက်ကို မည်ကဲ့သို့ ပြုလုပ်မည်နည်း။ **အောက်ပါအတိုင်းပြုလုပ်** နိုင်သည်။

မျဉ်းဖြောင့် p ကို ဆွဲပြီး p ပေါ်တွင် AB = BC = 1.5cm ရှိမည့် မျဉ်းပိုင်း AB နှင့် BC ကိုယူပါ။ A,B,C **အမှတ်အသီးသီး၌မျဉ်းဖြောင့်** p ကိုထောင့်မှန်ကျနေစေမည့် မျဉ်းဖြောင့် a,b,c တို့ကိုဆွဲပါ။ **၄င်းမျဉ်းဖြောင့်သုံးကြောင်းသည်** လိုအပ်သော မျဉ်းပြိုင်များဖြစ်သည်။ (အဘယ်ကြောင့်နည်း) **ပုံ 1.5 ကိုကြည့်ပါ**။ ပုံတွင်ပါရှိသည့် မျဉ်းပြိုင် သုံးကြောင်းကို တူညီစွာ ကွာဝေးသော **မျဉ်းပြိုင်သုံးကြောင်း** ဟုခေါ်သည်။



ပုံ (1.5)

ထို့နောက် မျဉ်းဖြောင့် a,b,c တို့ကို D,E,F တို့၌အသီးသီးဖြတ်နေသည့် **ဖြတ်မျဉ်း** q **ကိုဆွဲပါ။ DE, EF တို့ကို** တိုင်းကြည့်ပါ။ DE = EF ဖြစ်ကြောင်း **တွေ့ရပေမည်။ ထပ်မံ၍**

မျဉ်းဖြောင့် a,b,c တို့ကို အမှတ် G,H,I အသီးသီးတို့၌ဖြတ်စေမည့် ဖြတ်မျဉ်း r ကို ဆွဲပြီး GH နှင့် HI တို့ကို တိုင်းကြည့်လျှင် GH = HI ဖြစ်ကြောင်းကို တွေ့ရမည်။

ဤသို့သော ဖြတ်မျဉ်းအမျိုးမျိုးဆွဲပြီး ဖြတ်မျဉ်းအသီးသီးပေါ်ရှိ ဖြတ်ပိုင်းများကို တိုင်းကြည့်ပါက ဖြတ်ပိုင်းများ တူညီကြကြောင်း တွေ့ရမည်။ သို့ဖြစ်၍ အောက်ပါအတိုင်း ကောက်ချက်ချနိုင်ဖွယ် ရှိသည်။

တူညီစွာကွာဝေးသော မျဉ်းပြိုင်သုံးကြောင်းသည်ဖြတ်မျဉ်းတစ်ခုစီကိုတူညီသော ဖြတ်ပိုင်းများ ပိုင်းဖြတ်သည်။

ဤဂုဏ်သတ္တိကို တူညီသော ဖြတ်ပိုင်းများဆိုင်ရာ ဂုဏ်သတ္တိဟုခေါ်သည်။

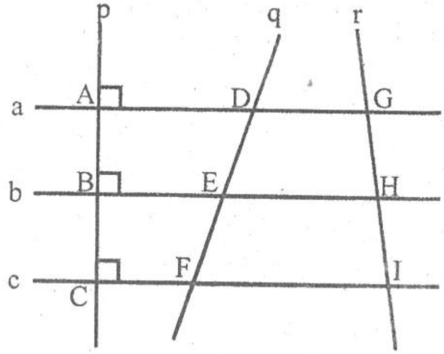
ဤဂုဏ်သတ္တိ၏ အပြန်အလှန်သည်လည်း မှန်ကန်ပေသည်။ ဆိုလိုသည်မှာ

မျဉ်းပြိုင် သုံးကြောင်းသည် ဖြတ်မျဉ်းတစ်ခုခုကို တူညီသော ဖြတ်ပိုင်းများ ဖြစ်အောင် ပိုင်းဖြတ်လျှင် ၎င်းမျဉ်းပြိုင်သုံးကြောင်းသည် အကွာအဝေးတူညီသည်။

အထက်ပါ ဂုဏ်သတ္တိများကို တြိဂံများ ထပ်တူညီခြင်းဆိုင်ရာ စည်းမျဉ်းများကို သုံး၍ သက်သေပြနိုင်သည်။

1.5 မျဉ်းပြိုင်သုံးကြောင်းဖြင့်ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းပေါ်တွင်ရလာသည့်ဖြတ်ပိုင်းများ အချင်းချင်း ဆက်သွယ်မှုများ

a နှင့် b အကြား အကွာအဝေး 2cm နှင့် b နှင့် c အကြား အကွာအဝေး 3cm ရှိစေမည့် မျဉ်းပြိုင်သုံးကြောင်း a,b,c ကို ဆောက်လုပ်ဆွဲသားပါ။ အထက်ပါ မျဉ်းပြိုင်သုံးကြောင်းကို မည်ကဲ့သို့ဆွဲသားနိုင်သနည်း။ အခန်း 1.4 မှာကဲ့သို့ပင် AB = 2cm နှင့် BC = 3cm ရှိစေမည့် မျဉ်းပိုင်းများကို မျဉ်းဖြောင့် p ပေါ်တွင်ယူပြီး A,B,C အသီးသီး၌ p ကိုထောင့်မှန်ကျစေမည့် မျဉ်းဖြောင့် a,b,c တို့ကိုဆွဲပါ။ မျဉ်းဖြောင့် p သည် မျဉ်းပြိုင် a,b,c တို့ကို ဖြတ်မျဉ်း ဖြစ်နေပေသည်။ ပုံ 1.6 ကိုကြည့်ပါ။



ပုံ (1.6)

a,b,c တို့ကို ဖြတ်စေမည့် အခြားဖြတ်မျဉ်း q ကိုဆွဲရာ မျဉ်းပြိုင် a,b,c တို့ကို D,E,F အသီးသီးတို့၌ဖြတ်ပါစေ။ မျဉ်းပိုင်း DE, EF တို့ကို တိုင်းကြည့်ပြီး အချိုး $\frac{DE}{EF}$ ကို တွက်ပါ။

မည်သို့သောအကြောင်းအရာကို တွေ့နိုင်ပါသနည်း။

$\frac{DE}{EF} = \frac{2}{3}$ ဖြစ်ကြောင်းကို တွေ့မြင်ရပေမည်။

ဆက်လက်၍ မျဉ်းပြိုင် a,b,c တို့ကို အမှတ် G,H,I တို့၌အသီးသီး ဖြတ်စေမည့် ဖြတ်မျဉ်း r ကိုဆွဲပါ။ GH နှင့် HI မျဉ်းပိုင်းများကို တိုင်းကြည့်ပြီး အချိုး $\frac{GH}{HI}$ ကို ရှာပါ။

ဤအချိုးသည်လည်း $\frac{2}{3}$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရပေမည်။

ဤကဲ့သို့ အခြားဖြတ်မျဉ်းများဆွဲသားပြီး ဖြတ်မျဉ်း အသီးသီးပေါ်ရှိ ဖြတ်ပိုင်းများကို တိုင်းကြည့်ပါက အချိုးအသီးသီးသည် $\frac{2}{3}$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရပေမည်။

သို့ဖြစ်၍ မည့်သည့် ဖြတ်မျဉ်းအတွက်မဆို ၎င်းပေါ်ရှိ ဖြတ်ပိုင်းများ၏ အချိုးသည် $\frac{2}{3}$ ဖြစ်မည်။ **ဤအချိုးသည်** မျဉ်းပြိုင်များအကြားရှိ အကွာအဝေးများ၏ အချိုးပင်ဖြစ်သည်။

တစ်ခုနှင့်တစ်ခုကြားအကွာအဝေး မတူသည့် အခြားမျဉ်းပြိုင်သုံးကြောင်းဖြင့် ဤသို့သော စမ်းသပ်ချက်များကို ထပ်မံလုပ်ဆောင်ကြည့်ပါ။ စမ်းသပ်လုပ်ဆောင်မှုတိုင်းတွင် ဖြတ်မျဉ်းပေါ်ရှိ ဖြတ်ပိုင်းများ၏ အချိုးများသည် အတူတူပင်ဖြစ်ပြီး မျဉ်းပြိုင်များအကြားရှိ အကွာအဝေးများ အချိုးနှင့် တူညီကြောင်း တွေ့ရမည်။ သို့ဖြစ်၍ အောက်ပါအတိုင်း ကောက်ချက်ချနိုင်ဖွယ် ရှိသည်။

"မျဉ်းပြိုင်သုံးကြောင်းဖြင့် ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းပေါ်တွင် ရလာသည့်ဖြတ်မျဉ်းများ၏အချိုးသည် မျဉ်းပြိုင်များအကြားရှိ အကွာအဝေးများ၏အချိုးနှင့်တူညီပေသည်"။

ဤဂုဏ်သတ္တိကို အချိုးတူသော ဖြတ်မျဉ်းများဆိုင်ရာ ဂုဏ်သတ္တိ (proportional intercepts property) ခေါ်သည်။

ဤဂုဏ်သတ္တိကို အခြားနည်းဖြင့်လည်းဖော်ပြနိုင်ပေသည်။ ပုံ(1.6)အရတွေ့ရသည်မှာ

$\frac{DE}{EF} = \frac{GH}{HI} = \frac{AB}{BC}$ ဖြစ်သည်။

သို့ဖြစ်၍ ဖြတ်ပိုင်းလေးခု DE, EF, GH နှင့် HI တို့သည် အချိုးတူနေပေသည်။ တစ်နည်းအားဖြင့်ဆိုသော် GH, HI တို့သည် DE, EF တို့နှင့် အချိုးတူသည်။ သို့ဖြစ်၍ အထက်ပါ ဂုဏ်သတ္တိကို အောက်ပါအတိုင်းလည်းဖော်ပြနိုင်ပေသည်။

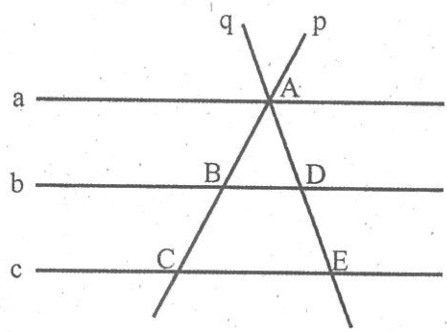
မျဉ်းပြိုင်သုံးကြောင်းသည်မည်သည့် ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်းကိုမဆို အချိုးတူဖြတ်ပိုင်းများ ပိုင်းဖြတ်ပေသည်။

အချိုးတူ ဖြတ်ပိုင်းများဆိုင်ရာ ဂုဏ်သတ္တိများသည် များမကြာမီ သင်ကြားရမည့် ပုံများ၏ သဏ္ဍာန်တူခြင်းဆိုင်ရာ လုပ်ဆောင်ချက်များ၏ အခြေခံပင်ဖြစ်သည်။ တူညီသော ဖြတ်ပိုင်းများဆိုင်ရာ ဂုဏ်သတ္တိနှင့်အချိုးတူဖြတ်ပိုင်းများဆိုင်ရာ ဂုဏ်သတ္တိတို့သည် မျဉ်းသုံးကြောင်းထက် ပိုသောမျဉ်းပြိုင်များအတွက်လည်း မှန်ကန်သည်။

1.6 တြိဂံတစ်ခု၏ အနားတစ်ဖက်နှင့်ပြိုင်သော မျဉ်းတစ်ကြောင်းက အခြားအနားနှစ်ဖက်ကို ပိုင်းဖြတ်သည့်အချိုးများ

မျဉ်းပြိုင်သုံးကြောင်း a,b,c နှင့် ၄င်းတို့ကို အမှတ် A, B, C တို့၌ဖြတ်သွားသည့် ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်း p ကိုဆွဲပါ။ ပုံ (1.7) ကိုကြည့်ပါ။ မျဉ်း b နှင့် c တို့ကိုအမှတ် D နှင့် E တို့တွင် အသီးသီးဖြတ်စေမည့် ဖြတ်မျဉ်း q ကို A ၌ဖြတ်၍ဆွဲပါ။ ထို့နောက် a,b,c တို့သည် ဖြတ်မျဉ်း p အပေါ်တွင်ဖြတ်ပိုင်း AB, BC တို့ကိုလည်းကောင်း ၊ q အပေါ်တွင် ဖြတ်ပိုင်း AD,DEတို့ကိုလည်းကောင်းပိုင်းဖြတ်ထားပေသည်။

အချိုးတူဖြတ်ပိုင်းများဆိုင်ရာဂုဏ်သတ္တိအရ -



ပုံ **(1.7)**

$\frac{AB}{BC}=\frac{AD}{DE}$ ဖြစ်သည်ဟုပြောနိုင်သည်။

ပုံ(1.7)တွင် အခြားရှုထောင့်တစ်ခုအားဖြင့်လည်း ကြည့်မြင်နိုင်သည်။ ΔACE တွင် အခြေ CE နှင့် ပြိုင်အောင် မျဉ်း b ကိုဆွဲရာ AC နှင့် AE တို့ကို B နှင့် D တို့၌အသီးသီး ဖြတ်သွားသည်။ B နှင့် D တို့သည် အနား AC နှင့် AE တို့ကို မျဉ်းပိုင်းများ AB, BC နှင့် AD,AE အဖြစ် အသီးသီးပိုင်းဖြတ်ပြီး $\frac{AB}{BC}=\frac{AD}{DE}$ ဖြစ်နေပေသည်။ သို့ဖြစ်၍ အောက်ပါအတိုင်း ကောက်ချက်ချနိုင်သည်။

"တြိဂံတစ်ခု၏ အနားတစ်ခုနှင့်ပြိုင်အောင်ဆွဲသော မျဉ်းတစ်ကြောင်းသည် အခြား အနားနှစ်ဖက်ကို အချိုးတူစွာ ပိုင်းဖြတ်သည်။"

ဤဂုဏ်သတ္တိ၏ အပြန်အလှန်သည်လည်း မှန်ကန်ပေသည်။

အကယ်၍ မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းသည် တြိဂံတစ်ခု၏အနားနှစ်ဖက်ကိုအချိုးတူ ရအောင်ပိုင်းဖြတ်နေလျှင် ၄င်းမျဉ်းသည် ကျန်တတိယအနားနှင့်ပြိုင်သည်။

ရှေ့လာမည့်အခန်းတွင် ဤဂုဏ်သတ္တိများကို အသုံးပြုပြီး ဆောက်လုပ်ဆွဲသားချက် အချို့ကိုဖော်ထုတ်မည်။

1.7 ဆောက်လုပ်ဆွဲသားချက်များ

1.7.1 မျဉ်းပိုင်းတစ်ခုတွင် ပေးရင်းအရေအတွက်ရှိသည့် တူညီသောမျဉ်းပိုင်းများပိုင်းခြင်း

အလျား 10cm ရှိသည့် မျဉ်းပိုင်း AB တစ်ခုပေးထားပြီး ၄င်းကိုတူညီသော မျဉ်းပိုင်း ခြောက်ခုပိုင်းလိုသည် ဆိုပါစို့။ အောက်ပါ ပြုလုပ်ချက် အဆင့်ဆင့်ကို လုပ်ဆောင်ပါ။

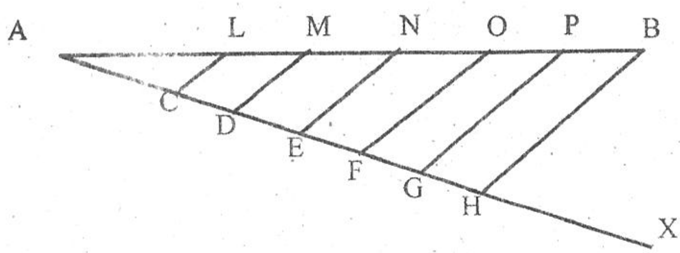
အဆင့်(1)။ ။ AB = 10cm ဖြစ်အောင် ဆွဲပြီး ထောင့် BAX ပြုလုပ်ပါ။

အဆင့်(2)။ ။ ကွန်ပါကို အသုံးပြု၍ AC = CD = DE = EF = FG = GH ဖြစ်စေမည့် အမှတ်များ C,D,E,F,G,H တို့ကို မျဉ်းဖြောင့် AX ပေါ်တွင် အမှတ် အသား ပြုပါ။

အဆင့်(3)။ ။ B နှင့် H ကိုဆက်သွယ်ပါ။

အဆင့်(4)။ ။ G ကို ဖြတ်၍ GP // HB ကိုဆွဲပါ။ အလားတူစွာ F ကို ဖြတ်၍ FO // HB အစရှိသဖြင့် ပုံ(1.8) တွင် ပြထားသကဲ့သို့ ဆွဲပါ။

AL, LM, MN, NO, OP နှင့် PB တို့သည် လိုအပ်သော တူညီသည့် မျဉ်းပိုင်းများ ဖြစ်ပေသည်။



ပုံ (1.8)

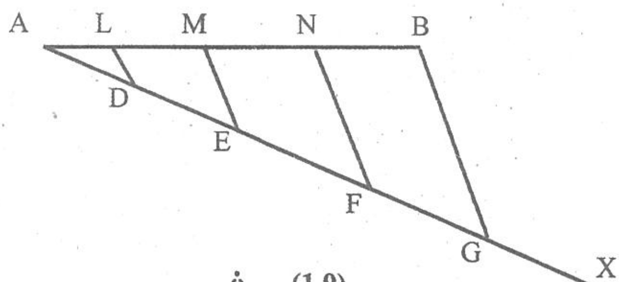
ဤဆောက်လုပ် ဆွဲသားချက်ကို တူညီသော ဖြတ်ပိုင်းများဆိုင်ရာ ဂုဏ်သတ္တိဖြင့် သက်သေပြနိုင်ပေသည်။ (မည်ကဲ့သို့ပြမည်နည်း။)

1.7.2 မျဉ်းပိုင်းတစ်ခုကိုပေးရင်း အချိုးအတိုင်းပေးရင်းအရေ**အတွက်ရှိသည့်** မျဉ်းပိုင်းများ ပိုင်းခြင်း

AB = 6cm မျဉ်းပိုင်းတစ်ခုပေးထားပြီး ၎င်းကို အချိုး 1:2:3:2 **ရှိသော**မျဉ်းပိုင်းလေးခု ပိုင်းလိုသည်ဆိုပါစို့။ လိုအပ်သော ဆောက်လုပ်ဆွဲသားချက် ရရှိရန် **အောက်**ပါ အဆင့်များအတိုင်း ပြုလုပ်ဆောင်ရွက်သွားနိုင်ပေသည်။

အဆင့်(1)။ ။ AB = 6cm ရှိသော မျဉ်းပိုင်းကိုဆွဲပါ။ ထောင့် BAX **ကိုဆွဲ**ပါ။

အဆင့်(2)။ ။ ကွန်ပါကို အသုံးပြုပြီး AX ပေါ်တွင် အလျား 1cm, 2cm, 3cm နှင့် 2cm အသီးသီးရှိသည့် မျဉ်းပိုင်း AD, DE, EF နှင့် FG တို့ကို ရစေမည့် အမှတ်များ D, E, F နှင့် G တို့ကို မှတ်သားပါ။



ပုံ (1.9)

အဆင့်(3)။ ။ B နှင့် G ကိုဆက်သွယ်ပါ။

အဆင့်(4)။ ။ F ကိုဖြတ်၍ FN // GB ဆွဲပါ။ အလားတူစွာ E ကို ဖြတ်၍ EM // GB အစရှိသဖြင့် ပုံ(1.9) တွင် ပြထားသကဲ့သို့ ဆွဲပါ။

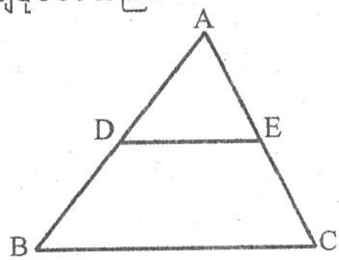
AL, LM, MN နှင့် NB တို့သည် အချိုး 1:2:3:2 ရှိသော လိုအပ်သော မျဉ်းပိုင်းလေးခု ဖြစ်ပေသည်။ ဤဆောက်လုပ် ဆွဲသားချက်ကို အချိုးတူ ဖြတ်ပိုင်းများဆိုင်ရာ ဂုဏ်သတ္တိကို အသုံးပြုပြီး သက်သေပြနိုင်ပေသည်။ (မည်သို့ပြမည်နည်း။)

မှတ်ချက်။ ။ အဆင့် (2) တွင် AD, DE, EF နှင့် FG တို့၏ အလျားများကို ကိန်း 1, 2, 3 နှင့် 2 အသီးသီး၏ တူညီသော ဆတိုးများအဖြစ် ယူနိုင်ပေသည်။ 1cm, 2cm, 3cm နှင့် 2cm အစား 2cm, 4cm, 6cm နှင့် 4cm အစရှိသဖြင့်လည်း အသီးသီး ယူနိုင်ပေသည်။ ပုံဆွဲရာတွင် အဆင်ပြေစေမည့်ပုံ ရရှိလာအောင် ဆောက်လုပ်ချက်ကို ရွေးချယ်ဆွဲသားရပေမည်။

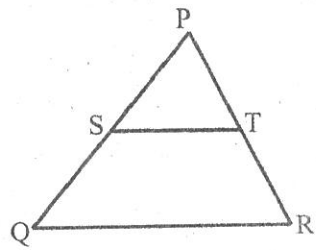
လေ့ကျင့်ခန်း (1.2)

1. ပုံ(1.10) တွင် D သည် AB ၏ အလယ်မှတ်ဖြစ်၍ DE // BC ဖြစ်သည်။ E သည် AC ၏ အလယ်မှတ် ဖြစ် မဖြစ်ကို အကြောင်းပြချက်ဖြင့် ဖြေဆိုပါ။

တြိဂံတစ်ခု၏ အနားတစ်ဖက်၏ အလယ်အမှတ်ကိုဖြတ်၍ အနားတစ်ဖက်နှင့် ပြိုင်အောင် ဆွဲသောမျဉ်းသည် ကျန်တတိယအနားကို ထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်သည်ဟု ကောက်ချက်ချနိုင်ပေသည်။



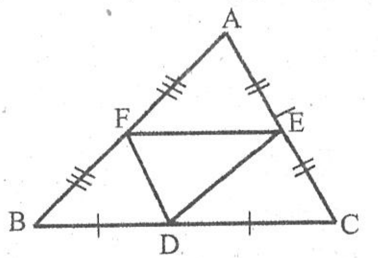
ပုံ (1.10)



ပုံ (1.11)

2. ပုံ(1.11)တွင် S နှင့် T တို့သည် PQ နှင့် PR အသီးသီးတို့၏ အလယ်မှတ်များ ဖြစ်သည်။ ST // QR ဖြစ် မဖြစ်ကို အကြောင်းပြချက်ဖြင့် ဖြေဆိုပါ။

ဤပုစ္ဆာအရ တြိဂံတစ်ခုတွင်အနားနှစ်ဖက်၏ အလယ်မှတ်များကို ဆက်သွယ်သောမျဉ်းပိုင်း သည် ကျန်တတိယအနားနှင့် ပြိုင်သည်ဟု မှန်းဆနိုင်သည်။



ပုံ (1.12)

3. ပုံ(1.12) တွင် D,E,F တို့သည် $\triangle ABC$ ၏ အနားများ BC, CA, AB တို့၏ အလယ်မှတ်များ ဖြစ်သည်။

(i) EF // BC, FD // AC နှင့် DE // AB ဖြစ်ပါသလား။

(ii) BDEF သည် အနားပြိုင်စတုဂံ ဖြစ်ပါသလား။

(iii) EF = BD ဖြစ်သလား။

(iv) $EF = \frac{1}{2}BC$ ဖြစ်ပါသလား။ အကြောင်းပြချက်များပေးပါ။

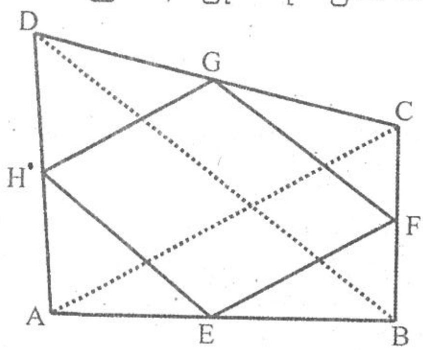
ဤပုစ္ဆာအရ တြိဂံတစ်ခုတွင် အနားနှစ်ဖက်၏ အလယ်မှတ်များကို ဆက်သွယ်သည့် မျဉ်းပိုင်းသည် ကျန်တတိယအနား၏ တစ်ဝက်ရှိကြောင်း ကောက်ချက်ချနိုင်သည်။

4. ပုံ(1.13)တွင် ABCD သည် စတုဂံတစ်ခုဖြစ်ပြီး E, F, G, H တို့သည် အနား AB, BC, CD, DA တို့၏အလယ်မှတ်များ အသီးသီးဖြစ်ကြသည်။ AC နှင့် BD တို့သည် ထောင့်ဖြတ်များ ဖြစ်ကြသည်။

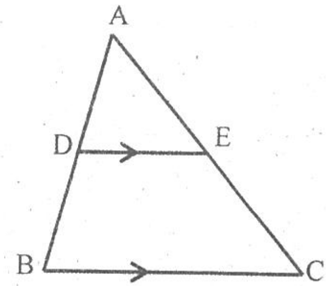
(i) EF // AC // HG ဖြစ်ပါသလား။

(ii) FG // BD // EH ဖြစ်ပါသလား။

(iii) EFGH သည် အနားပြိုင်စတုဂံ ဖြစ်ပါသလား။ အကြောင်းပြချက်များ ပေး၍ဖြေဆိုပါ။



ပုံ (1.13)



ပုံ (1.14)

5. ပုံ(1.14)တွင် DE // BC ဖြစ်သည်။ $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$ ဖြစ် မဖြစ် အကြောင်းပြချက်များပေးပါ။

[အရိပ်အမြွက် $\frac{AB}{AD}=\frac{BD}{AD}+1$ နှင့် $\frac{AC}{AE}=\frac{CE}{AE}+1$]

6. ပုံ(1.15)တွင် P သည် ΔABC ရှိ အတွင်းအမှတ်တစ်ခုဖြစ်သည်။ DE // AB နှင့် EF // BC ဖြစ်သည်။

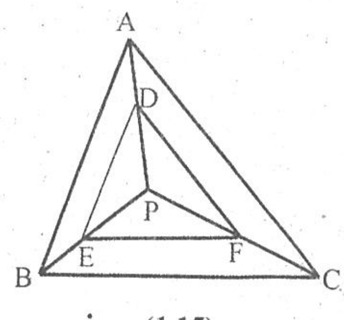
(i) $\frac{PD}{DA}=\frac{PE}{EB}$ ဖြစ်ပါသလား။

(ii) $\frac{PE}{EB}=\frac{PF}{FC}$ ဖြစ်ပါသလား။

(iii) $\frac{PD}{DA}=\frac{PF}{FC}$ ဖြစ်ပါသလား။

(iv) FD // CA ဖြစ်ပါသလား။

အကြောင်းပြချက်များပေး၍ ဖြေဆိုပါ။



ပုံ (1.15)

7. **မျဉ်းဖြောင့်** a နှင့် b အကြားတွင် အကွာအဝေး 1.5cm နှင့်မျဉ်းဖြောင့် b နှင့် c အကြားတွင် အကွာအဝေး 2cm အသီးသီးရှိသည့် မျဉ်းပြိုင် a,b,c ကိုဆွဲပါ။ မျဉ်းပြိုင်များကို **အမှတ် A, B နှင့်** C အသီးသီးတို့၌ဖြတ်သည့်ဖြတ်မျဉ်း q ကိုဆွဲပါ။ $\frac{AB}{BC}=\frac{3}{4}$ ဖြစ်ကြောင်း **ရှင်းလင်းပြပါ**။မျဉ်းပြိုင်များကို G, H နှင့် I **အသီးသီးတို့**၌ဖြတ်သည့်ဖြတ်မျဉ်း r ကိုဆွဲလျှင် $\frac{GH}{HI}=\frac{AB}{BC}=\frac{3}{4}$ ရကြောင်း ရှင်းလင်းပြပါ။

8. ပေးရင်းအလျားရှိသောမျဉ်းပိုင်းကိုဖော်ပြပါအရေအတွက်ရှိသည့်တူညီသောမျဉ်းပိုင်းများဖြစ်အောင် ပိုင်းပါ။
   (i) 5cm, 3 ပိုင်း
   (ii) 8.4cm, 4 ပိုင်း
   (iii) 6.5cm, 5 ပိုင်း

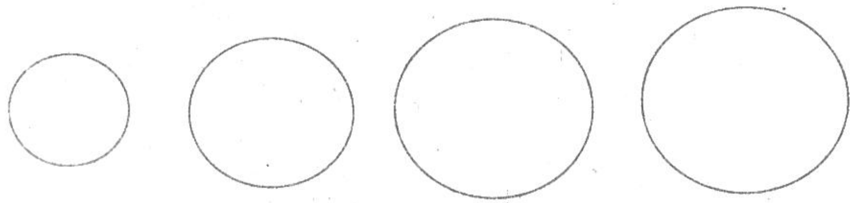
9. ပေးရင်း အလျားရှိသောမျဉ်းပိုင်းကို ပေးရင်းအရေအတွက်နှင့် ပေးရင်းအချိုးရှိသည့် မျဉ်းပိုင်းများ ဖြစ်အောင်ပိုင်းပါ။
   (i) 7cm, အချိုးများ 2 : 3 : 4 ရှိသော အပိုင်း 3 ပိုင်း။
   (ii) 8cm, အချိုးများ 1 : 1 : 2 : 2 : 2 ရှိသော အပိုင်း 5 ပိုင်း။
   (iii) 9.6cm, အချိုးများ 1 : 2 : 3 : 2 ရှိသော အပိုင်း 4 ပိုင်း။

1.8 သဏ္ဌာန်တူခြင်း (Similarity)

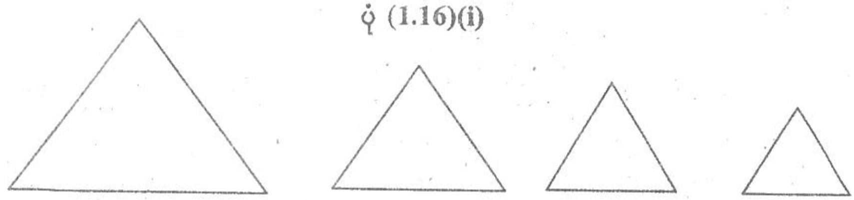
ထပ်တူညီခြင်းနှင့် တြိဂံများ၏ ထပ်တူညီခြင်းဆိုင်ရာ ဥပဒေများကို လေ့လာသင်ကြား ပြီးဖြစ်ပေသည်။ ထပ်တူညီပုံနှစ်ခုသည် တူညီသော ပုံသဏ္ဌာန်နှင့် တူညီသော အရွယ်အစား ရှိကြောင်းကို သိရှိနားလည်ပြီးဖြစ်သည်။ အရွယ်အစားဆိုသော စကားလုံးသည် အမျိုးမျိုးသော မျဉ်းပိုင်းများ၊ ထောင့်များ၏ အရွယ်အစားများ အစရှိသည်တို့ဖြင့် သက်ဆိုင်ပေသည်။ ထပ်တူညီပုံများကို တစ်သားတည်းကျအောင် ထပ်ယှူနိုင်သဖြင့် လိုက်ဖက်ဖြစ်သော မျဉ်းပိုင်းစုံများ တူညီကြောင်း လွယ်ကူစွာ တွေ့မြင်နိုင်သည်။ တြိဂံများတွင်မူ လိုက်ဖက်အနားသုံးစုံတူလျှင် အလိုအလျောက် လိုက်ဖက်ထောင့် သုံးစုံတို့သည်လည်း တူညီကြသည်။

အရွယ်အစားအားဖြင့် တူချင်မှတူမည်ဖြစ်သော်လည်း တူညီသော ပုံသဏ္ဌာန်ရှိသည့် ပုံများအကြောင်းကိုယခုစတင်လေ့လာမည်။ ၎င်းပုံများကို သဏ္ဌာန်တူပုံများဟု ခေါ်ပေသည်။ ထပ်တူညီပုံနှစ်ခုသည်သဏ္ဌာန်တူကြောင်းထင်ရှားသည်။သို့ရာတွင်အပြန်အလှန်သည်မှန်ချင်မှမှန်ပေမည်။တစ်နည်းအားဖြင့်ဆိုရသော်သဏ္ဌာန်တူပုံနှစ်ခုသည် ထပ်တူညီချင်မှ ညီပေမည်။

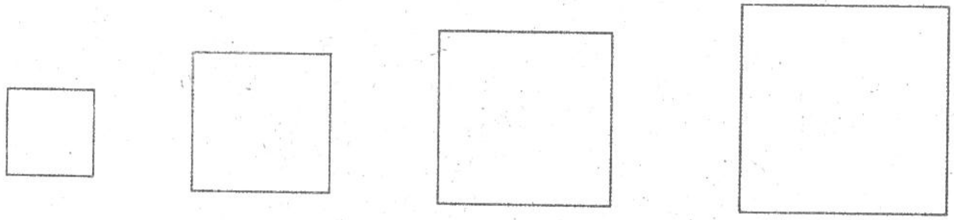
သဏ္ဌာန်တူသည့်ဂျီသြမေတြီပုံများကိုကြည့်ကြပါစို့။ပုံ(1.16)(i)(ii)(iii) ကိုကြည့်ပါ။



ပုံ (1.16)(i)



ပုံ (1.16)(ii)



ပုံ (1.16)(iii)

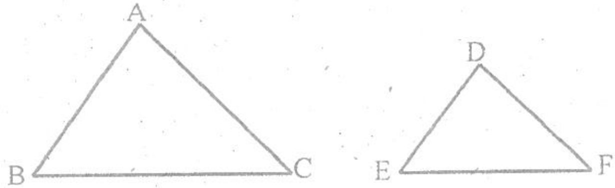
ပုံ 1.16(i)တွင် အရွယ်အစား အမျိုးမျိုးရှိသော စက်ဝိုင်းများ ပေးထားသည်။ ၎င်းတို့ အားလုံးသည် သဏ္ဍာန်တူကြပါသလား။

ပုံ 1.16(ii)တွင် အရွယ်အစား အမျိုးမျိုးရှိသော သုံးနားညီတြိဂံများ ပေးထားသည်။ ၎င်းတို့ အားလုံးသည် သဏ္ဍာန်တူကြပါသလား။

ပုံ 1.16(iii)တွင် အရွယ်အစား အမျိုးမျိုးရှိသော စတုရန်းများ ပေးထားသည်။ ၎င်းတို့ အားလုံးသည် သဏ္ဍာန်တူကြပါသလား။

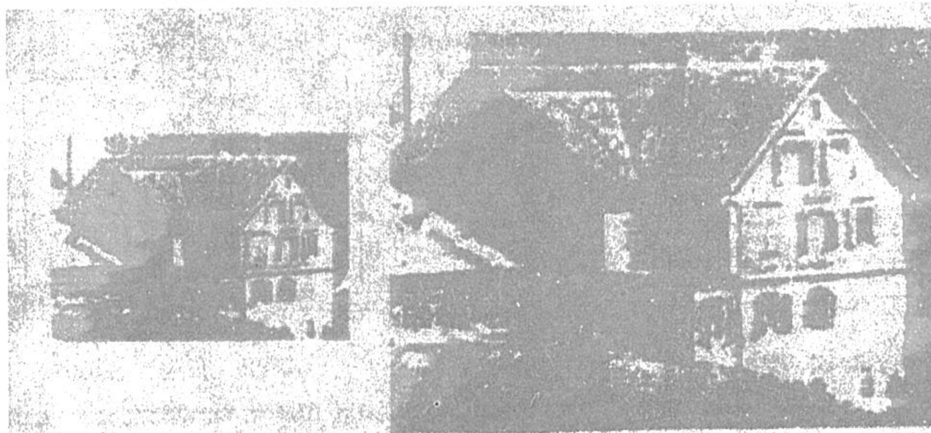
မေးခွန်းအသီးသီးအတွက် အဖြေမှာ "ပေးထားသော ပုံများသည် သဏ္ဍာန်တူပုံများ ဖြစ်သည်" ဟု လွယ်ကူစွာ ဖြေဆိုရပေမည်။ စက်ဝိုင်းတစ်ခုနှင့် တြိဂံတစ်ခု (သို့မဟုတ်) တြိဂံတစ်ခုနှင့်စတုရန်းတစ်ခုတို့သည်တူသောပုံသဏ္ဍာန်ရှိပါသလားဟုမေးလျှင်လွယ်ကူစွာဖြင့် မရှိကြောင်းဖြေဆိုရပေမည်။ ပုံ(1.17)တွင် ဖော်ပြထားသည့်တြိဂံနှစ်ခုကိုကြည့်ပါ။

ဤပုံများသည် သဏ္ဍာန်တူသည်ဟု ထင်မြင်ယူဆစရာ ဖြစ်ပေသည်။ သို့ရာတွင် အတိအကျအားဖြင့် မပြောနိုင်ပေ။ သို့ဖြစ်၍ သဏ္ဍာန်တူခြင်း၏ အဓိပ္ပါယ်သတ်မှတ်ချက်နှင့် ၎င်းအပေါ်တွင် အခြေခံပြီး ပေးရင်းပုံနှစ်ခုတို့ သဏ္ဍာန်တူခြင်း ရှိ မရှိဆုံးဖြတ်ပေးနိုင်သည့် စည်းမျဉ်းဥပဒေများကို ပုံများ၏ ထပ်တူညီခြင်းမှာကဲ့သို့ သတ်မှတ်ရပေမည်။



ပုံ (1.17)

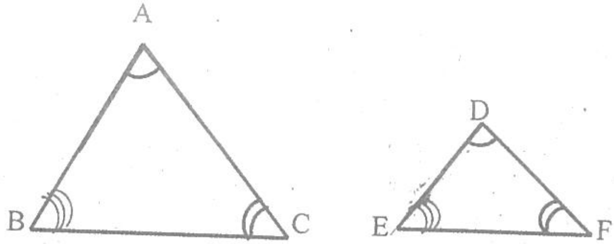
သဏ္ဌာန်တူခြင်း၏ သဘောတရားများကို အလိုအလျောက် သိသင့်သလောက်သိပြီး ဖြစ်နေပေသည်။ သင်၏ပတ်ဝန်းကျင်တွင် သဏ္ဌာန်တူခြင်းဆိုင်ရာ အချို့ရှိနှင့်ပြီးဖြစ်သည်။ အောက်ပါ ဓာတ်ပုံများကို ကြည့်ပါ။



ပုံ (1.18)

ကျောင်းသူကျောင်းသားများအနေဖြင့် တစ်ခုတည်းသောအဆောက်အအုံ၏ဓာတ်ပုံများ ဖြစ်သည်ဟု အလွယ်တကူပြောနိုင်ပေမည်။ သေချာစွာကြည့်လျှင် အရွယ်အစားအားဖြင့်သာ ခြားနားကြောင်းထင်ရှားသည်။ သင်တို့အနေဖြင့် ဓာတ်ပုံများတွင် ပါဝင်သည့် ပုံများသည် သဏ္ဌာန်တူသည်ဟုပြောနိုင်ပါသလား။တူသည်ဟုပြောဆိုနိုင်ပေသည်။ဓာတ်ပုံရိုက်သမားသည် အရွယ်အစားမတူသောပုံများရအောင်မည်သို့လုပ်ဆောင်ထားပါသနည်း။ဓာတ်ပုံရိုက်သမား သည် ဖလင်အသေးဖြင့်ရိုက်ထားပြီးပုံကြီးချဲ့ထားခြင်းပင်ဖြစ်ပေသည်။ တစ်နည်းအားဖြင့် ဆိုရသော် ပုံသေးတွင်ရှိသည့် အစိတ်အပိုင်းတိုင်းကို တူညီသောအချိုးတစ်ခုဖြင့် တိုးချဲ့ထား ခြင်းပင်ဖြစ်သည်။ အထက်ပါအချက်သည် သဏ္ဌာန်တူခြင်းဆိုင်ရာ သဘောတရား၏ အနှစ်သာရပင်ဖြစ်သည်။ တူညီသောအနား အရေအတွက်ရှိသည့် ဗဟုဂံနှစ်ခုသည် အကယ်၍ လိုက်ဖက်ထောင့်များ တူညီနေကြပြီး (ထောင့်တူများဖြစ်နေကြပြီး) လိုက်ဖက်အနား များသည်လည်း တူညီသော အချိုးရှိလျှင် သဏ္ဌာန်တူကြလေသည်။ ဝိသေသအားဖြင့် တြိဂံနှစ်ခုသည် အကယ်၍ လိုက်ဖက်ထောင့်များ တူညီနေပြီး လိုက်ဖက်အနားများသည် တူညီသောအချိုးရှိလျှင်သဏ္ဌာန်တူပေသည်။ တစ်နည်းအားဖြင့်ဆိုရသော် ΔABC နှင့် ΔDEF

တို့တွင် $\angle A=\angle D$, $\angle B=\angle E$ နှင့် $\angle C=\angle F$ နှင့် $\frac{AB}{DE}=\frac{BC}{EF}=\frac{CA}{FD}$ ပုံ(1.19)ဖြစ်နေပါက ယင်းတြိဂံနှစ်ခုသည်သဏ္ဍာန်တူသည်ဟုပြောဆိုပေမည်။သင်္ကေတအားဖြင့် $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ ဟုရေးသည်။ (ΔABC သည် ΔDEF နှင့် သဏ္ဍာန်တူသည်ဟုဖတ်သည်။)



ပုံ **(1.19)**

မှတ်ချက် ။ ။ တြိဂံနှစ်ခုထပ်တူညီခြင်းမှာကဲ့သို့ပင်တြိဂံနှစ်ခု သဏ္ဍာန်တူခြင်းတွင်လည်း တြိဂံနှစ်ခု၏လိုက်ဖက်ထောင့်များကိုပထမ ၊ ဒုတိယ ၊ တတိယထောင့်များ အစရှိသည်ဖြင့် လိုက်ဖက်ညီစွာ သတ်မှတ်ပေးရမည်။

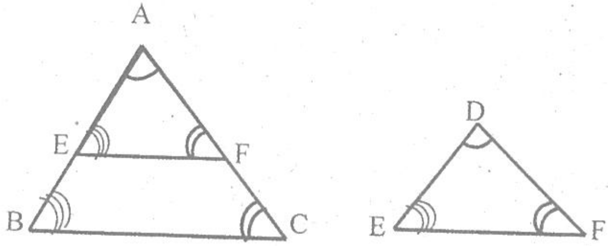
ဆက်လက်၍ တြိဂံများ၏ သဏ္ဍာန်တူခြင်းဆိုင်ရာ စည်းမျဉ်းများကို လေ့လာကြပါစို့။

1.9 တြိဂံများ၏ သဏ္ဍာန်တူခြင်းဆိုင်ရာ စည်းမျဉ်းဥပဒေ

$\angle A=\angle D=50^\circ$, $\angle B=\angle E=60^\circ$ နှင့် $\angle C=\angle F=70^\circ$ ရှိစေမည့် ΔABC နှင့် ΔDEF ကို တည်ဆောက်ပါ။

သို့ဖြစ်၍ တြိဂံနှစ်ခုသည် ထောင့်တူတြိဂံများဖြစ်ပေသည်။ ပုံ(1.20)ကို ကြည့်ပါ၊ ပုံ(1.20)တွင် ΔDEF သည် Δ နှစ်ခုအနက် ငယ်သောတြိဂံဖြစ်သည်။

Δ နှစ်ခုကိုကတ်ထူပြားပေါ်တွင်ဖြတ်၍ ΔDEF ကို ΔABC ပေါ်တွင် ထပ်ကြည့်သောအခါ ထောင့် D သည် ထောင့် A ပေါ်တွင် ကျနေပြီး DE နှင့် DF တို့သည် AB နှင့် AC တစ်လျှောက် အသီးသီးကျနေသည်ဟု စိတ်ကူးကြည့်ပါ။



ပုံ **(1.20)**

A နှင့် D ထောင့်များသည် တူညီနေခြင်းကြောင့် ဤဆောက်လုပ်ချက်သည် ဖြစ်နိုင်ပေသည်။ ထိုအခါ E နှင့် F တို့သည် AB နှင့် AC ပေါ်တွင် ကျရောက်ပေမည်။

$\angle AEF = \angle B = 60^\circ$

ထို့ကြောင့် EF // BC

ΔABC ၏အနား EF နှင့် BC သည် ပြိုင်နေပေသည်။

ထို့ကြောင့် $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AF}{AC}$

$\dfrac{DE}{AB} = \dfrac{DF}{AC}$ ------------------- (1)

အလားတူစွာ ΔDEF ကို ΔABC ပေါ်တွင် $\angle E$ သည် $\angle B$ ပေါ်ကျအောင် ထပ်လိုက်လျှင်

$\dfrac{DE}{AB} = \dfrac{EF}{BC}$ ------------------- (2)

ဖြစ်ကြောင်းတွေ့မြင်နိုင်သည်။

အထက်ပါ အချက်နှစ်ချက်ကို ပေါင်းစပ်လိုက်လျှင် -

$\dfrac{EF}{BC} = \dfrac{FD}{CA} = \dfrac{DE}{AB}$

ကိုရရှိသည်။

ဆိုလိုသည်မှာတြိဂံများ၏ လိုက်ဖက်အနားများသည် အချိုးတူကြပေသည်။

အထက်ပါစမ်းသပ်ချက်နှင့်အကြောင်းပြချက်ကို မည်သည့်ထောင့်တူတြိဂံနှစ်ခုအတွက် မဆိုလွယ်ကူစွာ ပြုလုပ်နိုင်ပေသည်။ သို့ဖြစ်၍ အောက်ပါအတိုင်း ကောက်ချက်ချနိုင်သည်။

ထောင့်တူတြိဂံနှစ်ခုတွင် လိုက်ဖက်အနားများသည် အချိုးတူကြပေသည်။

သဏ္ဍာန်တူခြင်းဆိုင်ရာအဓိပ္ပါယ်သတ်မှတ်ချက်တွင်ပေးထားသည့်အချက်နှစ်ခုစလုံးကိုပြေလည်နေ၍ ၎င်းတြိဂံနှစ်ခုသည် သဏ္ဍာန်တူသည်။ ထို့ကြောင့် အောက်ပါအတိုင်း ကောက်ချက်ချနိုင်သည်။

ထောင့်တူတြိဂံနှစ်ခုသည် သဏ္ဍာန်တူကြသည်။ ဆိုလိုသည်မှာ ΔABC နှင့် ΔDEF တို့တွင် $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$ နှင့် $\angle C = \angle F$ ဖြစ်ပါက $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ ဖြစ်သည်။ ဤအဆိုကို ထောင့်သုံးထောင့်တူ သဏ္ဍာန်တူစည်းမျဉ်း (**AAAသဏ္ဍာန်တူစည်းမျဉ်း**) ဟုခေါ်မည်။

တြိဂံ၏အတွင်းထောင့်များပေါင်းလဒ်သည် 180° ဖြစ်၍ အတွင်းထောင့်နှစ်ခုပေးထားလျှင် တတိယထောင့်ကို ရှာနိုင်သည်။သို့ဖြစ်၍တြိဂံနှစ်ခု၏လိုက်ဖက်ထောင့်နှစ်စုံသည် တူညီနေလျှင် ကျန်တတိယလိုက်ဖက်ထောင့်တစ်စုံသည် အလိုအလျောက်တူညီမည်။ ထိုတြိဂံ

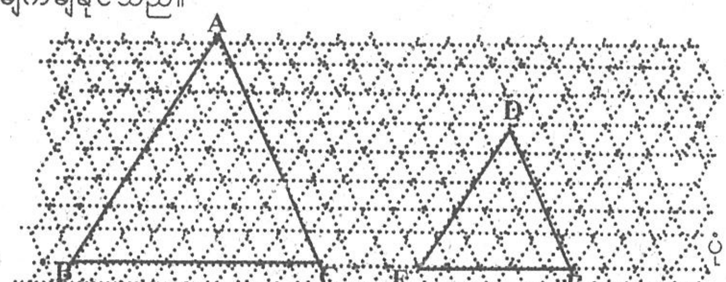
နှစ်ခုသည် ထောင့်တူတြိဂံများဖြစ်သဖြင့် ထိုတြိဂံနှစ်ခုသည် သဏ္ဌာန်တူကြသည်။ ထို့ကြောင့် အောက်ပါမှန်ကန်ချက်တစ်ခုကိုရရှိသည်။

တြိဂံနှစ်ခု၏ ထောင့်နှစ်ခုသည် အခြားတြိဂံတစ်ခု၏ထောင့်နှစ်ခုနှင့် အသီးသီးတူနေလျှင် ထိုတြိဂံနှစ်ခုသည် သဏ္ဌာန်တူသည်။

သို့ဖြစ်၍ တြိဂံနှစ်ခုသည် သဏ္ဌာန်တူခြင်း ရှိ မရှိ ဆန်းစစ်ရန် လိုအပ်လာလျှင် တြိဂံတစ်ခု၏ ထောင့်နှစ်ခုသည် အခြားတြိဂံ၏ လိုက်ဖက်ထောင့်နှစ်ခုနှင့်တူညီခြင်း ရှိ မရှိ ဆန်းစစ်ရုံဖြင့် လုံလောက်ပေသည်။အထက်ပါအချက်ကိုနှစ်ထောင့်တူ**သဏ္ဌာန်တူစည်းမျဉ်း (AA သဏ္ဌာန်တူ စည်းမျဉ်း)** ဟုလည်းခေါ်ဆိုနိုင်သည်။

အကယ်၍တြိဂံနှစ်ခု၏ လိုက်ဖက်အနားများသည် တူညီသော အချိုးရှိကြလျှင် ၎င်းတြိဂံနှစ်ခုသည် ထောင့်တူတြိဂံများဖြစ်ကြပြီး သဏ္ဌာန်တူသည်ကို $\frac{AB}{DE}=\frac{BC}{EF}=\frac{CA}{FD}=\frac{8}{5}$ ဖြစ်နေသော ΔABC နှင့် ΔDEF တို့ကို ယူ၍ စမ်းသပ်ကြည့်နိုင်သည်။ ပုံ (1.21) တွင် ကြည့်ပါ။

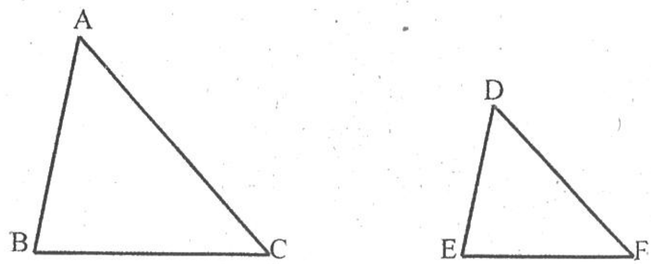
ထို့ကြောင့် ΔABC နှင့် ΔDEF တို့တွင် $\frac{AB}{DE}=\frac{BC}{EF}=\frac{CA}{FD}$ ဖြစ်ပါက $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ ဖြစ်သည်ဟု ကောက်ချက်ချနိုင်သည်။



ပုံ **(1.21)**

အထက်ပါ ဂုဏ်သတ္တိကို အနားအားလုံးအချိုးတူသဏ္ဌာန်တူစည်းမျဉ်း ဟုခေါ်သည်။ အတိုကောက်အားဖြင့် SSS သဏ္ဌာန်တူစည်းမျဉ်း ဟုခေါ်သည်။

တြိဂံတစ်ခု၏ထောင့်တစ်ခုသည် အခြားတြိဂံတစ်ခု၏ ထောင့်တစ်ခုနှင့်တူညီပြီး ၎င်းထောင့်တူများကိုဆောင်နေသည့်အနားများသည်အချိုးတူကြလျှင်၎င်းတြိဂံနှစ်ခုသည်သဏ္ဌာန်တူကြောင်း ပုံ (1.21) အရ လက်တွေ့စမ်းသပ်ကြည့်နိုင်သည်။



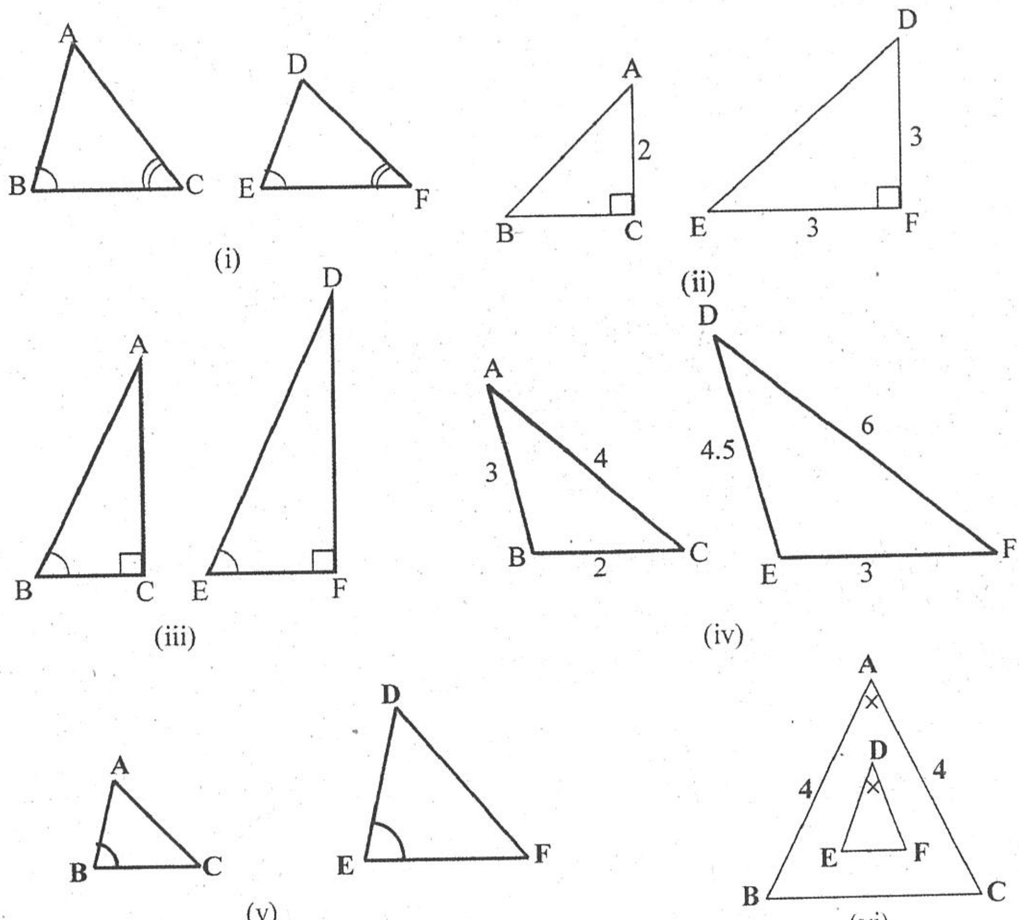
ပုံ **(1.22)**

တစ်နည်းအားဖြင့်ဆိုသော် ΔABC နှင့် ΔDEF တို့တွင် $\angle A = \angle D$ နှင့် $\dfrac{AB}{DE} = \dfrac{AC}{DF}$ ဖြစ်နေပါက $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ ဖြစ်သည်။ ပုံ (1.22) ကိုကြည့်ပါ။

အထက်ပါမှန်းဆချက်ကို နှစ်နားကြားထောင့် သဏ္ဍာန်တူစည်းမျဉ်း၊ အတိုကောက်အားဖြင့် **SAS** သဏ္ဍာန်တူစည်းမျဉ်း ဟုခေါ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (1.3)

1. ပုံ (1.23) တွင် တြိဂံတွဲ ၆ တွဲပေးထားသည်။ တြိဂံတွဲများသည် သဏ္ဍာန်တူခြင်း ဖြစ်စေရန် ပေးထားချက်များသည် လုံလောက်မှု ရှိ မရှိ ဆုံးဖြတ်ပါ။ အကယ်၍ လုံလောက်သည်ဆိုလျှင်မည်သည့်သဏ္ဍာန်တူစည်းမျဉ်းကိုအသုံးပြုသနည်း။ အကယ်၍ မလုံလောက်လျှင်သဏ္ဍာန်တူစေရန်မည်သည့်အချက်လိုအပ်နေသည်ကို ဖော်ပြပေးပါ။



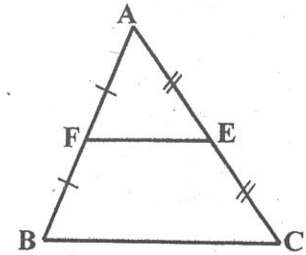
ပုံ (1.23)

2. ပုံ(1.24) တွင် F နှင့် E တို့သည် AB နှင့် AC အသီးသီးတို့၏ အလယ်မှတ်များဖြစ်သည်။

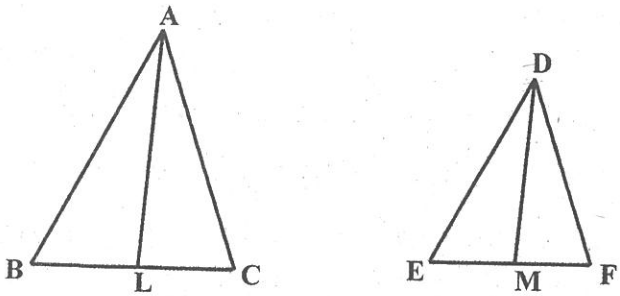
(i) $\Delta AFE \sim \Delta ABC$ ဖြစ်ပါသလား။

(ii) $EF = \frac{1}{2} BC$ ဖြစ်ပါသလား။

အကြောင်းပြချက်ပေးပါ။



ပုံ (1.24)



ပုံ (1.25)

3. ပုံ(1.25)တွင် AL နှင့် DM တို့သည် ΔABC နှင့် ΔDEF အသီးသီးတို့၏ အလယ်မျဉ်းများ ဖြစ်ပြီး $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ ဖြစ်သည်။

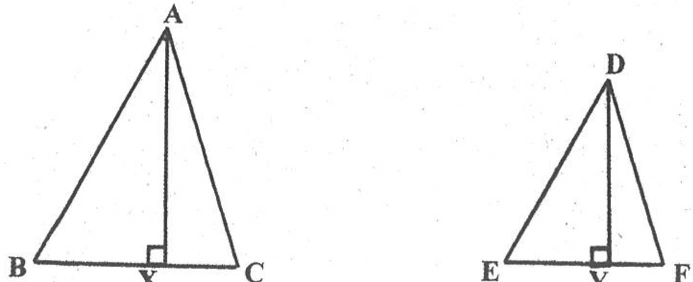
(i) $\Delta ABL \sim \Delta DEM$ ဖြစ်ပါသလား။

(ii) $\dfrac{AL}{DM} = \dfrac{AB}{DE} = \dfrac{BC}{EF} = \dfrac{CA}{FD}$ ဖြစ်ပါသလား။ အကြောင်းပြချက်များပေးပါ။

4. ပုံ(1.26)တွင် AX နှင့် DY တို့သည် ΔABC နှင့် ΔDEF တို့၏ အမြင့်မျဉ်းများ အသီးသီး ဖြစ်ကြသည်။ $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ ဖြစ်သည်။

(i) $\Delta ABX \sim \Delta DEY$ ဖြစ်ပါသလား။

(ii) $\dfrac{AX}{DY} = \dfrac{AB}{DE} = \dfrac{BC}{EF} = \dfrac{CA}{FD}$ ဖြစ်ပါသလား။ အကြောင်းပြချက်များပေးပါ။



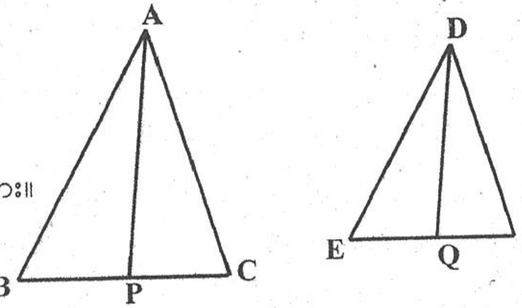
ပုံ (1.26)

5. ပုံ(1.27)ကိုကြည့်ပါ။ ΔABC နှင့် ΔDEF တို့တွင် AP နှင့် DQ တို့သည် $\angle BAC$ နှင့် $\angle EDF$ တို့ကို အသီးသီးထက်ဝက်ပိုင်းနေသည့်မျဉ်းများဖြစ်သည်။ $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ ဖြစ်သည်။

(i) $\Delta ABP \sim \Delta DEQ$ ဖြစ်ပါသလား။

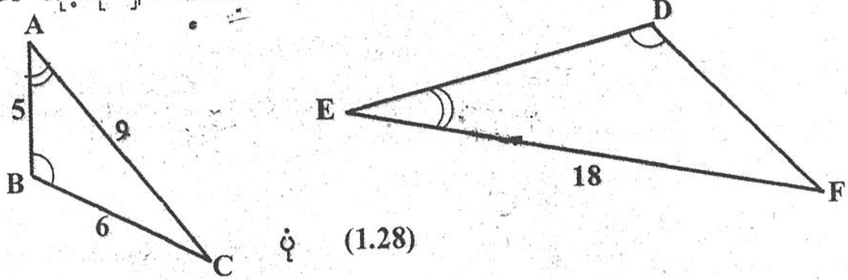
(ii) $\dfrac{AP}{DQ} = \dfrac{AB}{DE} = \dfrac{BC}{EF} = \dfrac{CA}{FD}$ ဖြစ်ပါသလား။

အကြောင်းပြချက်များပေးပါ။



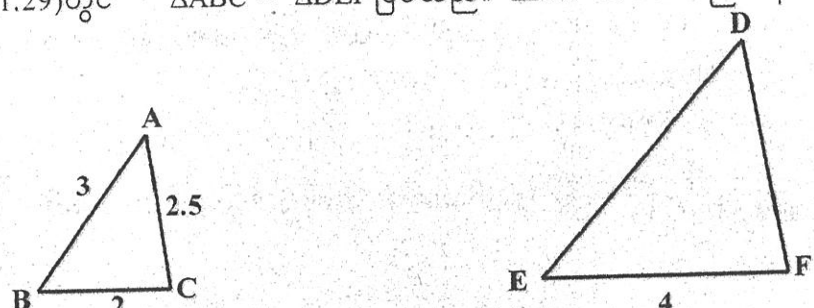
ပုံ (1.27)

6. ပုံ(1.28)တွင် $\angle B = \angle D$ နှင့် $\angle A = \angle E$ ဖြစ်သည်။ ΔDEF ၏အနားများဖြစ်သည့် DE နှင့် DF တို့ကို ရှာပေးပါ။



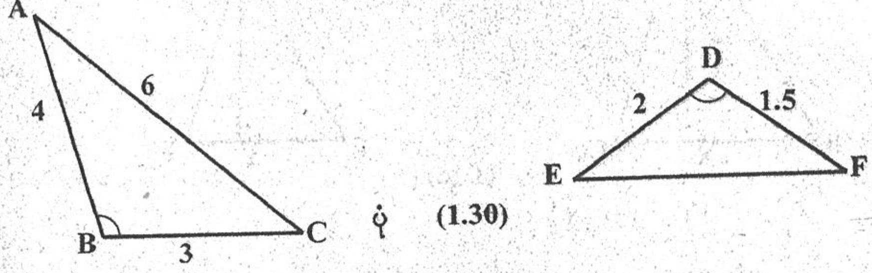
ပုံ (1.28)

7. ပုံ(1.29)တွင် $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ ဖြစ်သည်။ ΔDEF ၏ပတ်လည်အနားကို ရှာပါ။



ပုံ (1.29)

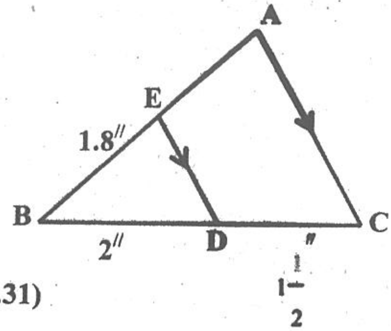
8. ပုံ(1.30)တွင် $\angle B = \angle D$ ဟုပေးထားလျှင် EF ကိုရှာပါ။



ပုံ (1.30)

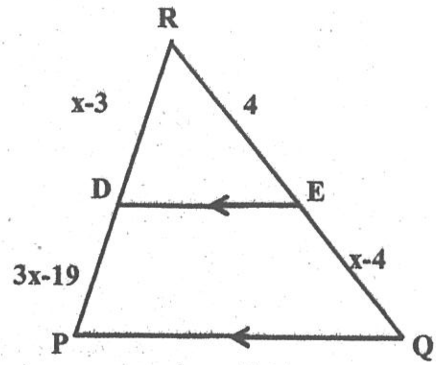
9. ပုံ(1.31)တွင် DE // CA ဖြစ်၏။

EA နှင့် $\frac{ED}{CA}$ တို့ကို ရှာပါ။



ပုံ (1.31)

10. ပုံ(1.32)တွင် ပေးထားသော အလျားများကို အသုံးပြု၍ DE // PQ ဖြစ်ရန် x ၏ တန်ဖိုးများကို ရှာပေးပါ။



ပုံ (1.32)

အခန်း (2)

ဂျီဩမေတြီပညာမှ သက်သေပြခြင်းသဘော

2.1 ကျွန်ုပ်တို့သည် ဂျီဩမေတြီပညာမှ အခြေခံမှန်ကန်ချက်များကို ရှာဖွေဖော်ထုတ်ခဲ့သည်။ မှန်ကန်ချက်အားလုံးကို တိတိကျကျသက်သေပြခဲ့ခြင်း မပြုခဲ့သေးဘဲ လက်တွေ့လေ့လာရရှိသည့် အချက်များအပေါ်တွင် အခြေခံ၍ မှန်ကန်ချက်များကို တည်ဆောက်ခဲ့ခြင်း ဖြစ်ပေသည်။ သင်္ချာဘာသာတွင် မှန်ကန်ချက်တစ်ခုကို သက်သေပြခြင်း မပြုဘဲ လက်ခံသုံးစွဲခြင်းသည် ခိုင်လုံမှု မရှိချေ။ မှန်ကန်ချက်များကို ကောက်ချက်ချခဲ့ရာ၌ အများအားဖြင့် အောက်ပါ အချက်သုံးချက်ပေါ်တွင် မူတည်၍ ဆုံးဖြတ်ခဲ့သည်ကို သတိပြုမိပေလိမ့်မည်။

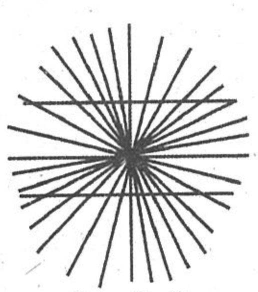
(1) လက်တွေ့ဆွဲသားတိုင်းထွာချက်များ (Measurement) မှ ကောက်ချက်ချခြင်း။

(2) ခြုံငုံယူ ဆင်ခြင်နည်း (Induction)

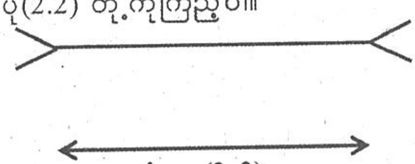
(3) ရှုမြင်သုံးသပ်ချက်နှင့် သာမန်အသိဉာဏ်ကို အသုံးပြုခြင်း (Observation And Common Sense)

ဤဆုံးဖြတ်နည်းများသည် အခါခပ်သိမ်းမှန်ကန်သော အဖြေများကိုမပေးချေ။လက်တွေ့ဆွဲသားချက်များဖြင့် မှန်ကန်ချက်များကိုဖော်ထုတ်ရာ၌ ဖြစ်နိုင်သမျှသော ပုံအားလုံးကို ဆွဲ၍ အဖြေရှာရန်လွယ်ကူသော ကိစ္စမဟုတ်ပေ။ ပုံအနည်းငယ်ကိုဆွဲ၍ မှန်ကန်ချက်ကို ဖော်ထုတ်ခြင်းသာဖြစ်ပေသည်။ မိမိမဆွဲမိသောပုံအတွက် မှန်ကန်ချက်ကို မရှာရသေးပေ။ ထို့ကြောင့်ဆောက်လုပ်ဆွဲသားချက်များမှ ရရှိသောအဖြေများသည်ခိုင်လုံသော အဖြေများ မဟုတ်ချေ။

တစ်ဖန် ရှုမြင်သုံးသပ်ချက်နှင့်သာမန်အသိဉာဏ်တို့ဖြင့် ဆုံးဖြတ်၍ရသော အဖြေများသည်ခိုင်လုံခြင်းမရှိပေ။အောက်ပါပုံ(2.1) နှင့် ပုံ(2.2) တို့ကိုကြည့်ပါ။



ပုံ (2. 1)



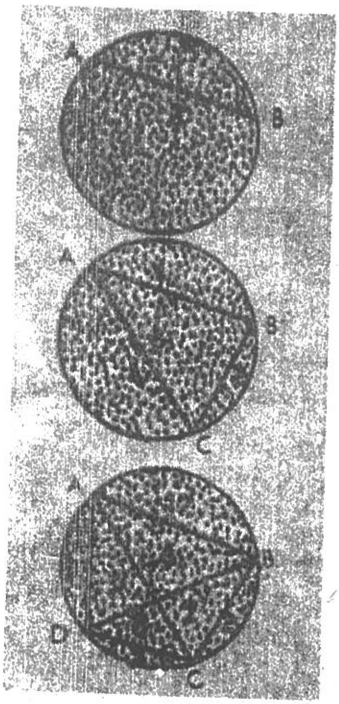
ပုံ (2. 2)

ပုံ(2.1)တွင် တွေ့မြင်ရသော မျဉ်းနှစ်ကြောင်း ကောက်ကွေ့နေသည်ဟု ထင်ရမည်။ လက်တွေ့ပေတံဖြင့် တိုင်းကြည့်လျှင် မျဉ်းဖြောင့်များ ဖြစ်နေကြောင်း တွေ့ရမည်။ တစ်ဖန်

ပုံ(2.2)တွင် ပေးထားသော မျဉ်းနှစ်ကြောင်းအနက် အပေါ်မျဉ်းသည် ပို၍ရှည်သည်ဟုထင်ရသည်။

သို့သော်ထိုမျဉ်းနှစ်ကြောင်းသည် အလျားတူကြသည်။ ထို့ကြောင့် ဂျီသြမေတြီကို လေ့လာရာတွင် ပုံချည်းအားကိုးအားထားပြု၍မရနိုင်ကြောင်းသတိပြုရမည်။ပုံ၏လှည့်စားမှုကြောင့် အဖြေမှန်နှင့် ဝေးကွာတတ်သည်။

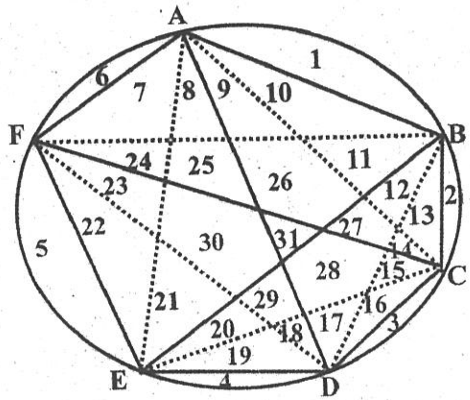
အောက်ပါဥပမာကို ကြည့်ပါဦး။



အမှတ်အရေအတွက်	အပိုင်းအရေအတွက်
2	2
3	4
4	8

ပုံ (2.3)

ဤစက်ဝိုင်းတစ်ခုပေါ်၌ အမှတ် 2 မှတ်ကိုယူ၍ မျဉ်းဖြောင့်ဖြင့်ဆက်လျှင် အပိုင်း 2 ပိုင်း ရပြီး ၊ အမှတ် 3 မှတ်ကိုယူ၍ မျဉ်းဖြောင့်များဖြင့်ဆက်သော် အပိုင်း 4 ပိုင်းရ၏။ အမှတ် 4 မှတ် ယူသော် အပိုင်း 8 ပိုင်းရ၏။ ရရှိသော အပိုင်းများသည် $2,2^2,2^3$ ဖြစ်နေ၍ အမှတ် 5 မှတ် ယူသော် အပိုင်း $2^4=16$ ပိုင်း ၊ အမှတ် 6 မှတ်ယူသော် အပိုင်း $2^5=32$ ပိုင်း ရရှိမည်ဟု ခြုံယူ ဆင်ခြင်နိုင်၏။ အမှတ် 5 မှတ်အတွက် မှန်ကန်သော်လည်း အမှတ် 6 မှတ်ယူသော် အမှန်တကယ် အပိုင်း 32 ပိုင်း မရရှိပဲ အပိုင်း 31 ပိုင်းသာ ရရှိကြောင်း အောက်ပါပုံ (2.4) တွင် တွေ့မြင်နိုင်သည်။



ပုံ (2.4)

ထို့ကြောင့် မှန်ကန်ချက်များကို **ကောက်ချက်ချရာ၌**အထက်ပါ နည်းသုံးနည်းသည် ခိုင်လုံသော ဆင်ခြင်နည်းများ မဟုတ်**ကြောင်း တွေ့မြင်**ကြရပြီ။ သို့ရာတွင် ထိုနည်း သုံးနည်းအနက် ခြုံယူ ဆင်ခြင်နည်းသည် **သီအိုရီ အသစ်**အဆန်းတစ်ခုကို ဖော်ထုတ် ရန်သော်လည်းကောင်း ၊ အဖြေတစ်ခုကို မှန်မမှန် ကြိုတင်ခန့်မှန်းရာ၌လည်းကောင်း အသုံးကျကြောင်းသတိပြုရမည်။ သင်္ချာဘာသာတွင် ခိုင်လုံသော ဆင်ခြင်နည်းတစ်နည်းရှိပေသည်။ ထိုနည်းကို ထုတ်ယူဆင်ခြင်နည်း (DEDUCTION REASONING) ဟုခေါ်သည်။ ထုတ်ယူဆင်ခြင်နည်းဟူသည် လက်ခံထားသော အချက်များပေါ်မူတည်၍ အဖြေသို့ရောက်အောင် ယုတ္တိဗေဒ(LOGIC)ကို အသုံးပြုသောနည်းပင်ဖြစ်သည်။ ထုတ်ယူဆင်ခြင်နည်းတွင် အပိုင်းသုံးပိုင်းပါရှိသည်။

အပိုင်း (1) မှန်ကန်ကြောင်းပြရန် အဆိုတစ်ခု။

အပိုင်း (2) အစပြုနိုင်ရန် အများလက်ခံထားသည့်အချက်များ။

အပိုင်း (3) ကျိုးကြောင်း ဆက်စပ်နည်း။

ကစားနည်းတစ်နည်းကို လူတိုင်းကစားနိုင်ရန် ဥပဒေများရှိသည်။ ဥပမာ စစ်တုရင်ကစားနည်းတွင် မြင်းရုပ်၊ ဆင်ရုပ်စသည်တို့၏ ရွှေ့နည်းကိုသိပါမှ လူတိုင်းကစားနိုင်မည်။ ထို့အတူ သင်္ချာဘာသာ၌လည်း အဆိုတစ်ခုမှန်ကန်ကြောင်းပြရန် အခြေခံယူထားချက်များလိုအပ်သည်။ ထိုအခြေခံယူထားချက်များတွင်

1. အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်များ (DEFINITIONS)
2. အက်ဆီယမ်(AXIOM) သို့မဟုတ် ပေါ်စကျူလိတ်များ (POSTULATE)

ပါဝင်သည်။

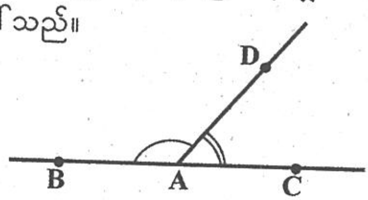
အဓိပ္ပါယ်သတ်မှတ်ချက်တစ်ခုဟူသည် မိမိအသုံးပြုရန် ကြိုတင်သတ်မှတ်ထားချက်တစ်ခုပင်ဖြစ်သည်။

အောက်ပါတို့သည် အသုံးပြုခဲ့သော အဓိပ္ပါယ် သတ်မှတ်ချက်အချို့ဖြစ်သည်။

D.1 90° ထောင့်တိုင်းရှိသော ထောင့်တစ်ခုကို ထောင့်မှန်တစ်ခု ဟုခေါ်သည်။

D.2 90° ထောင့်အောက်ငယ်သော ထောင့်တစ်ခုကို ထောင့်ကျဉ်းဟုခေါ်၍ 90°နှင့် 180° ကြား ရှိသော ထောင့်တစ်ခုကို ထောင့်ကျယ်ဟုခေါ်သည်။

D.3 နီးစပ်ထောင့်နှစ်ထောင့်တို့၏ ဘုံလက်တန်မဟုတ်သော ထောင့်လက်တန် နှစ်ခုတို့သည် ဆန့်ကျင်ဘက် မျဉ်း နှစ်ခု ဖြစ်နေလျှင် ထိုထောင့်နှစ်ခုကို အဖြောင့်တွဲထောင့် တစ်စုံ ဟုခေါ်သည်။



D.4 အနားနှစ်ဖက်တူညီသော တြိဂံကို နှစ်နားညီတြိဂံ ဟုခေါ်သည်။

D.5 မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားများပြိုင်နေသောစတုဂံတစ်ခုကိုအနားပြိုင်စတုဂံဟုခေါ်သည်။

အဓိပ္ပါယ်သတ်မှတ်ချက်တိုင်းသည် အပြန်အလှန်မှန်သောအဆိုများဖြစ်သည်။

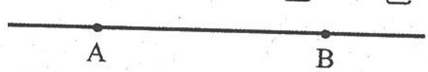
ဥပမာ- D.4 မှ "နှစ်နားညီတြိဂံတစ်ခုသည် အနားနှစ်ဖက်တူညီသော တြိဂံတစ်ခုဖြစ်သည်" ဟူသော အပြန်အလှန်အဆိုကို ယူနိုင်သည်။

အက်ဆီယမ်သို့မဟုတ်ပေါ်စကျူလိတ်ဆိုသည်မှာ သက်သေပြခြင်းမပြုဘဲအခြေခံမှန်တန်ချက် တစ်ခုအဖြစ် လက်ခံသုံးစွဲရန် ယူထားသော အဆိုပင်ဖြစ်သည်။

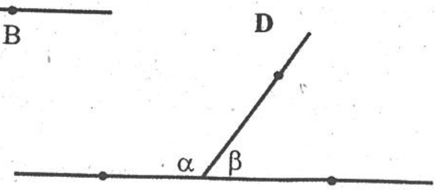
အောက်ပါတို့သည် အခြေခံဂျီသြမေတြီပညာ၌လက်ခံသုံးစွဲခဲ့သော ပေါ်စကျူလိတ်အချို့ဖြစ်သည်။

P.1 (မျဉ်းဖြောင့်ပေါ်စကျူလိတ်)

အမှတ်နှစ်ခုကိုဖြတ်၍ မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းတည်းသာ ဆွဲသားနိုင်သည်။



P.2 (အဖြောင့်ဖြည့်ဖက် ပေါ်စကျူလိတ်)

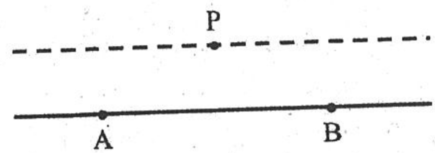


$\alpha + \beta = 180^\circ$

ထောင့်နှစ်ထောင့်တို့သည် အဖြောင့်တွဲ တစ်စုံဖြစ်နေလျှင်ယင်းတို့သည် ထောင့်ဖြောင့် ဖြည့်ဖက်များဖြစ်ကြသည်။

P 3 (မျဉ်းပြိုင် ပေါ်စကျူလိတ်)

အမှတ်တစ်ခုကို ဖြတ်၍ ပေးထားသော မျဉ်းဖြောင့်နှင့်အပြိုင် မျဉ်းတစ်ကြောင်း တည်းသာ ဆွဲသားနိုင်သည်။



P.4 (ထပ်တူညီ ပေါ်စကျူလိတ်)

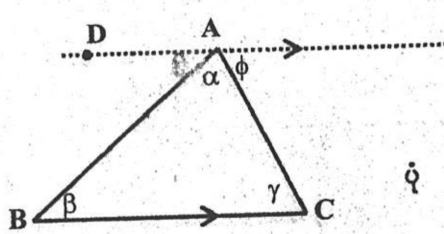
တြိဂံနှစ်ခုတို့တွင်အနားနှစ်ဘက်ချင်းတူညီပြီး ကြားထောင့်ချင်းလည်း တူညီနေလျှင် ထိုတြိဂံနှစ်ခုသည် ထပ်တူညီကြသည်။

သီအိုရမ်ဆိုသည် အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်၊ ပေါ်စကျူလိတ်များကို အသုံးပြု၍ မှန်ကန်ကြောင်း အထောက်အထားနှင့် ပြနိုင်သော အဆိုတစ်ခုဖြစ်သည်။

ဥပမာ- " တြိဂံတစ်ခု၏ အတွင်းထောင့်သုံးခုပေါင်းသည် 180° ရှိသည် " ဟူသော အဆိုသည် သီအိုရမ်တစ်ပုဒ် ဖြစ်သည်။

အဘယ်ကြောင့်ဆိုသော် အောက်ပါအတိုင်း မှန်ကန်ကြောင်း အထောက်အထားနှင့် ပြနိုင်သည်။

ΔABC ၏အတွင်းထောင့်သုံးခုကို α, β, γ ဟုထားပါ။ Aကိုဖြတ်၍ $DA \parallel BC$ ကိုဆွဲပါ။



ပုံ (2.5)

$\alpha+\beta+\gamma = 180°$ ဖြစ်ကြောင်း ပြရမည်ဖြစ်သည်။

$DA \parallel BC$ ဖြစ်၍ $\beta=\theta$ (သမသတ်ထောင့်များ)

$\gamma=\phi$ (။)

$\alpha=\alpha$

ပေါင်းသော် $\beta+\gamma+\alpha=\theta+\phi+\alpha$

သို့ရာတွင် $\theta+\phi+\alpha = 180°$ (ထောင့်ဖြောင့်ဖြည့်ဘက်များ)

$\therefore$ $\beta+\gamma+\alpha = 180°$

(သို့) $\alpha+\beta+\gamma = 180°$

ဤပြချက်တွင် အသုံးပြုထားသော မှန်ကန်ချက်များမှာ -

1. အမှတ်တစ်ခုကိုဖြတ်၍ ပေးထားသောမျဉ်းတစ်ကြောင်းနှင့် အပြိုင်မျဉ်းတစ်ကြောင်းသာ ဆွဲနိုင်သည်။
2. မျဉ်းပြိုင်တစ်စုံကို ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်း ဖြတ်သွားသည့်အခါ ဖြစ်ပေါ်လာသော သမသတ်ထောင့်များ တူညီကြသည်။
3. ထောင့်ဖြောင့်တစ်ခုသည် 180° နှင့်ညီသည်-တို့ဖြစ်သည်။ ဤအချက်သုံးချက်အနက် (1)အချက်သည်ပေါ်စကျူလိတ်တစ်ခုဖြစ်၍ (3)အချက်သည် အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်တစ်ခုဖြစ်သည်။ (2) အချက်သည် မှန်ကန်ချက် တစ်ခုဖြစ်သည်။

ဤကဲ့သို့ ပေါ်စကျူလိတ်၊ အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်နှင့် မှန်ကန်ကြောင်း ပြပြီးအဆိုတို့ကိုအသုံးပြုလျက် ကျိုးကြောင်းဆက်စပ်၍ ပေးထားသောအဆိုတစ်ခုကို မှန်ကန်ကြောင်းပြသည်ကိုသက်သေပြသည်ဟုခေါ်သည်။သက်သေပြချက်တစ်ခုတွင်အပိုင်း(4)ပိုင်းပါဝင်သည်။

(1) ပေးထားချက်နှင့် ပြရန်အချက်

(2) ပေးထားသော ပုစ္ဆာအတွက်ပုံ

(3) သက်သေပြရန် ပြင်ဆင်ခြင်း

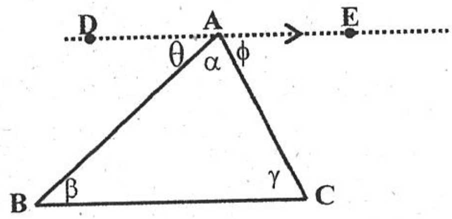
(4) အသုံးပြုမည့် မှန်ကန်ချက်များနှင့် အကြောင်းပြချက်များ ဟူ၍ဖြစ်သည်။

သက်သေပြချက်တစ်ခုကိုရေးပြရာတွင်အောက်ပါအတိုင်းအဆင့်သုံးဆင့်ဖြင့်ဖော်ပြလေ့ ရှိသည်။

1. ပေးထားချက်
2. သက်သေပြရန်
3. သက်သေပြချက်

ထို့ကြောင့် အထက်တွင် ပြခဲ့သော သီအိုရမ်ကို ပုံစံတကျ သက်သေပြမည်ဆိုသော် အောက်ပါအတိုင်း ပြရသည်။

သီအိုရမ် (1) တြိဂံတစ်ခု၏ အတွင်းထောင့်သုံးခုပေါင်းသည် 180° ရှိသည်။



ပုံ (2.6)

ပေးထားချက် ။ ။ ΔABC

သက်သေပြရန် ။ ။ $\alpha+\beta+\gamma=180^\circ$

သက်သေပြချက် ။ ။ A ကို ဖြတ်၍ DAE // BC ကိုဆွဲပါ။

$\beta=\theta$ (သမသတ်ထောင့်များ)

$\gamma=\phi$ (။)

$\alpha=\alpha$

ပေါင်းသော် $\beta+\gamma+\alpha=\theta+\phi+\alpha$

သို့ရာတွင် $\theta+\phi+\alpha=$ ထောင့်ဖြောင့်တစ်ခု $=180^\circ$

$\therefore$ $\beta+\gamma+\alpha=180^\circ$

(သို့) $\alpha+\beta+\gamma=180^\circ$

2.2 သီအိုရမ်တစ်ပုဒ်ကို အသုံးပြု၍ သက်သေပြနိုင်သော ပုစ္ဆာများကို ဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာ (RIDER)များဟုခေါ်သည်။ ဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာဟူသည်အသုံးပြုနည်းသော သီအိုရမ်များပင် ဖြစ်သည်။ သီအိုရမ် (THEOREM) ဟူသော စကားလုံးသည် “ဟောဒီမှာကြည့်” (LOOK AT THIS)ဟုအဓိပ္ပာယ်ရသောဂရိစကားလုံးမှယူထားခြင်းဖြစ်ပေသည်။သီအိုရမ်တစ်ပုဒ်မှ လွယ်ကူစွာ ထုတ်ယူနိုင်သော အဆိုများကို “ကော်ရော်လာရီများ” (COROLLARIES) ဟုခေါ်သည်။ ဥပမာအားဖြင့် အထက်တွင် ပြခဲ့သော သီအိုရမ်၏ ကော်ရော်လာရီ တစ်ခုမှာ “သုံးနားညီတြိဂံတစ်ခု၏အတွင်းထောင့်တစ်ခုစီသည် 60°ရှိသည်” ဟူ၍ဖြစ်သည်။ သီအိုရမ် တစ်ပုဒ်မှ နောက်ထပ်သီအိုရမ်များကိုလည်းကောင်း၊ ပေါ်စကျူလိပ် များမှ

နောက်ထပ် သီအိုရမ်များကိုလည်းကောင်း ဖော်ထုတ်နိုင်သည်။ ဤနည်းအားဖြင့် ဂျီသြမေတြီပညာ၏ တည်ဆောက်ပုံကို အောက်ပါပုံဖြင့် ဖော်ပြနိုင်ပါသည်။

နောက်ထပ်သီအိုရမ်များ

↑

သီအိုရမ်များ

↑

ပေါ်စကျူလိတ်များ

ကော်ရော်လာရီ (1.1) စတုဂံတစ်ခု၏ အတွင်းထောင့် အားလုံးပေါင်း 360° နှင့်ညီသည်။

(သက်သေပြချက်ကို လေ့ကျင့်ခန်းတွင် ကြည့်ပါ။)

သီအိုရမ် (2) စက်ဝိုင်းခြမ်းတွင်းရှိ ထောင့်သည် ထောင့်မှန်တစ်ခုဖြစ်သည်။

ပေးထားချက် ။ ။ စက်ဝိုင်း O နှင့် စက်ဝိုင်းခြမ်း အတွင်းရှိထောင့် ACB

သက်သေပြရန် ။ ။ $\angle ACB = 90^\circ$

သက်သေပြချက် ။ ။ စက်ဝိုင်းဂုဏ်သတ္တိအရ

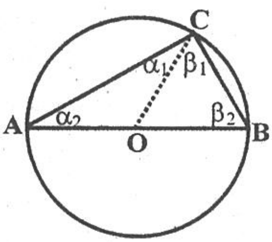
$OA = OC$

$OB = OC$

$\therefore \quad \alpha_1 = \alpha_2$

$\beta_1 = \beta_2$

ΔABC တွင်



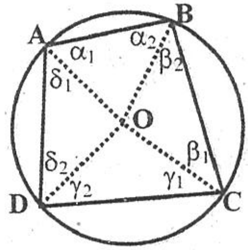
ပုံ (2.7)

$$\alpha_2 + (\alpha_1 + \beta_1) + \beta_2 = 180^\circ$$
$$\alpha_1 + (\alpha_1 + \beta_1) + \beta_1 = 180^\circ$$
$$2(\alpha_1 + \beta_1) = 180^\circ$$
$$\alpha_1 + \beta_1 = 90^\circ$$
$$\therefore \quad \angle ACB = 90^\circ$$

ဤသီအိုရမ်တွင် အသုံးပြုထားသော မှန်ကန်ချက်များမှာ -

1. စက်ဝိုင်း၏အဓိပ္ပာယ် သတ်မှတ်ချက်
2. နှစ်နားညီ တြိဂံ ဂုဏ်သတ္တိ
3. အထက်တွင် ပြခဲ့သော သီအိုရမ် (1) တို့ဖြစ်သည်။

သီအိုရမ်(3)။ ။ စက်ဝိုင်းတွင်းကျစတုဂံတစ်ခု၏ အတွင်းမျက်နှာချင်းဆိုင် ထောင့်တစ်စုံ ပေါင်းလဒ်သည် 180° ရှိသည်။



ပုံ (2.8)

ပေးထားချက် ။ ။ စက်ဝိုင်းတွင်းကျ စတုဂံ ABCD

သက်သေပြရန် ။ ။ $\angle A + \angle C = 180°$

သက်သေပြချက် ။ ။ စက်ဝိုင်း၏ဗဟို O ကိုယူ၍ OA, OB, OC, OD တို့ကို ဆက်သွယ်ပါ။

ΔAOB, ΔBOC, ΔCOD, ΔDOA တို့သည်နှစ်နားညီတြိဂံများ ဖြစ်သည်။

$\alpha_1 = \alpha_2$, $\beta_1 = \beta_2$, $\gamma_1 = \gamma_2$, $\delta_1 = \delta_2$

စတုဂံ ABCD တွင်

$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$$

$$(\alpha_1 + \delta_1) + (\alpha_2 + \beta_2) + (\beta_1 + \gamma_1) + (\gamma_2 + \delta_2) = 360°$$

$$(\alpha_1 + \delta_1) + (\alpha_1 + \beta_1) + (\beta_1 + \gamma_1) + (\gamma_1 + \delta_1) = 360°$$

$$2\ (\alpha_1 + \delta_1) + 2\ (\beta_1 + \gamma_1) = 360°$$

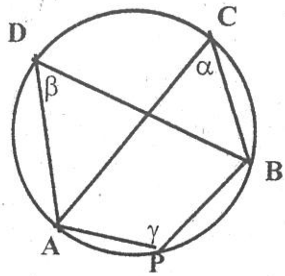
$$2\ (\angle A + \angle C) = 360°$$

$$\angle A + \angle C = 180°$$

ဤသီအိုရမ်တွင် အသုံးပြုထားသော မှန်ကန်ချက်များမှာ -

1. စက်ဝိုင်း၏ အဓိပ္ပာယ်
2. စတုဂံတစ်ခု၏ အတွင်းထောင့် အားလုံးပေါင်း 360° နှင့်ညီသည်။
3. နှစ်နားညီတြိဂံ ဂုဏ်သတ္တိ တို့ဖြစ်သည်။

ကော်ရော်လာရီ (3.1) စက်ဝန်းပိုင်းတစ်ခုကတစ်ဖက်စက်ဝန်းပိုင်းတွင်ခံဆောင်ထားသော ထောင့်များ တူညီကြသည်။



ပုံ (2.9)

ပေးထားချက် ။ ။ A,B,C,D တို့သည် စက်ဝိုင်းတစ်ခုပေါ်ရှိ အမှတ်များ

သက်သေပြရန် ။ ။ $\angle ACB = \angle ADB$

သက်သေပြချက် ။ ။ အဝန်းပိုင်း AB ပေါ်တွင် အမှတ် P ကိုယူ၍ AP, BP တို့ကို ဆက်သွယ်ပါ။

APBC သည် စက်ဝိုင်းတွင်းကျ စတုဂံဖြစ်၍

$$\alpha + \gamma = 180^\circ$$

ထိုနည်းအတူ $\beta + \gamma = 180^\circ$

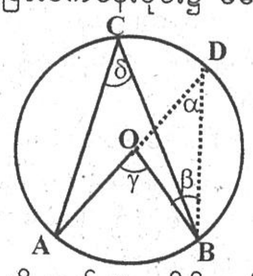
$$\therefore \quad \alpha + \gamma = \beta + \gamma$$

$$\therefore \quad \alpha = \beta$$

$$\therefore \quad \angle ACB = \angle ADB$$

ဤကော်ရော်လာရီတွင် သီအိုရမ် (3) ကို အသုံးပြုထားကြောင်း တွေ့ရမည်။

သီအိုရမ် (4) စက်ဝိုင်းတစ်ခုတွင် စက်ဝန်းပိုင်းတစ်ခုက ဗဟိုတွင် ခံဆောင်ထားသော ထောင့်သည် အခြားစက်ဝန်းပိုင်း၌ ခံဆောင်ထားသော ထောင့်၏နှစ်ဆနှင့် တူညီသည်။



ပုံ (2.10)

ပေးထားချက် ။ ။ A,B,C တို့သည် O ဗဟိုရှိ စက်ဝိုင်းပေါ်ရှိ အမှတ်များ

သက်သေပြရန် ။ ။ $\angle AOB = 2\angle ACB$

သက်သေပြချက် ။ ။ AO ကိုဆက်ဆွဲပါ။

စက်ဝိုင်းကို D ၌ တွေ့ပါစေ။ BD ကိုဆက်ပါ။

$$OB = OD \quad (\text{အချင်းဝက်များ})$$

$$\alpha = \beta$$

$$\gamma = 180^\circ - \angle BOD = \alpha + \beta = \alpha + \alpha = 2\alpha$$

သို့ရာတွင် $\alpha = \delta$ ($\overset{\frown}{AB}$ က ခံဆောင်ထားသောထောင့်များ)

$$\therefore \gamma = 2\delta$$

$$\angle AOB = 2\angle ACB$$

ဤသီအိုရမ်တွင်

1. စက်ဝိုင်း၏ အဓိပ္ပာယ်
2. နှစ်နားညီတြိဂံ ဂုဏ်သတ္တိ
3. ကော်ရော်လာရီ 3.1 တို့ကို အသုံးပြုထားကြောင်း တွေ့ရမည်။

ယခုသက်သေပြခဲ့သောသီအိုရမ်များသည် တစ်ခုနှင့်တစ်ခုအချိတ်အဆက်ရှိကြောင်း သတိပြုသင့်သည်။ထိုသီအိုရမ်များ၏ကွင်းဆက်ကိုအောက်ပါပုံဖြင့် ပြနိုင်သည်။

သီအိုရမ် (1)

သီအိုရမ် (2)

သီအိုရမ် (3)

သီအိုရမ် (4)

လေ့ကျင့်ခန်း (2.1)

ပေးထားသော မှန်ကန်ချက်များကို အသုံးပြု၍ ပေးထားသော သီအိုရမ် (သို့) ဉာဏ်စမ်း ပုစ္ဆာတို့ကို သက်သေပြပါ။

1. မှန်ကန်ချက်များ ။ (i) တြိဂံတစ်ခု၏အနားနှစ်ဘက်တို့၏အလယ်မှတ်များကိုဆက်သော မျဉ်းသည် ကျန်အနားနှင့်ပြိုင်၍ ထက်ဝက်နှင့်တူညီသည်။
   (ii) အနားတစ်စုံညီ၍ ပြိုင်သော စတုဂံသည် အနားပြိုင်စတုဂံ တစ်ခုဖြစ်သည်။

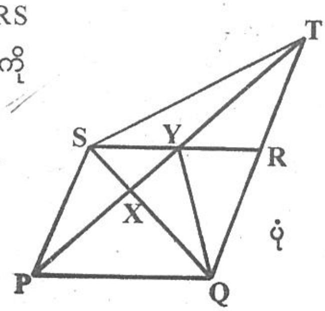
   သီအိုရမ် ။ စတုဂံတစ်ခု၏အနားများ၏အလယ်မှတ်များကိုအလိုက်သင့်ဆက်ဆွဲ၍ ဖြစ်ပေါ်လာသောစတုဂံသည် အနားပြိုင်စတုဂံ တစ်ခုဖြစ်၏။
2. သီအိုရမ် (1) ကိုအသုံးပြု၍ ကော်ရော်လာရီ (1.1)ကို သက်သေပြပါ။
3. မှန်ကန်ချက်များ (i) အနားပြိုင် စတုဂံတစ်ခု၏ အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်
   (ii) အခြေတူမျဉ်းပြိုင်တစ်စုံအတွင်း ကျရောက်သော **တြိဂံနှစ်ခု** ဧရိယာချင်း တူညီသည်။

ဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာ ။ ပေးထားသောပုံတွင် PQRS သည် အနားပြိုင် **စတုဂံဖြစ်လျှင် အောက်ပါတို့ကို** သက်သေပြပါ။

(a) ΔPYQ ၏ ဧရိယာ = **ΔPST ၏ ဧရိယာ**

(b) ΔPXS ၏ ဧရိယာ = **ΔYQX ၏ ဧရိယာ**

(c) ΔSYT ၏ ဧရိယာ = ΔYRQ **၏ ဧရိယာ**



ပုံ **(2.11)**

4. မှန်ကန်ချက်များ (i) တြိဂံတစ်ခု၏ **အနားတစ်ဖက်**ကို ဆက်ဆွဲ၍ ဖြစ်ပေါ်လာသော အပြင်ထောင့်သည်**အတွင်းမျက်**နှာချင်းဆိုင်ထောင့်နှစ်ခုပေါင်းနှင့်တူညီသည်။

(ii) နှစ်နားညီတြိဂံတစ်ခုတွင်**တူညီ**သောအနားများ၏မျက်နှာချင်းဆိုင်ထောင့်များ တူညီသည်။

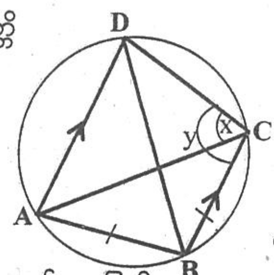
သီအိုရမ် (4) ကို **သက်သေပြ**ပါ။

5. မှန်ကန်ချက်များ (i) **သီအိုရမ်** (3)

(ii) မျဉ်းပြိုင်ဂုဏ်သတ္တိ

(iii) နှစ်နားညီတြိဂံဂုဏ်သတ္တိ

ဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာ ။ စက်ဝိုင်းတွင်းကျစတုဂံ ABCDတွင် AD//BC, AB=BC ဖြစ်လျှင် $3y-2x=180^\circ$ ဖြစ်ကြောင်း **သက်သေပြ**ပါ။



ပုံ **(2.12)**

6. သီအိုရမ် (4) ကို အသုံးပြု၍ **သီအိုရမ်** (2) ကို သက်သေပြပါ။

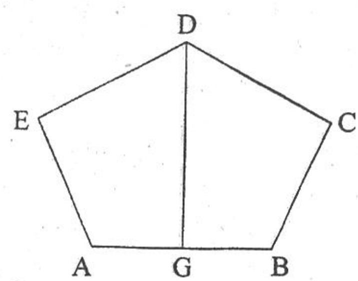
7. ထပ်တူညီတြိဂံဆိုင်ရာ မှန်ကန်ချက်များကို အသုံးပြု၍ အောက်ပါ ဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာများကို သက်သေပြပါ။

(i) ပေးထားချက် ။ ။ $AE = BC$, $ED = CD$

$\angle E=\angle C$

G သည် AB ၏ အလယ်မှတ်

သက်သေပြရန် ။ ။ $DG \perp AB$

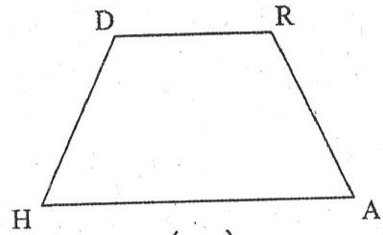


ပုံ **(2.13)**

(ii) ပေးထားချက် ။ ။ $AR = HD$

$\angle A = \angle H$

သက်သေပြရန် ။ ။ $\angle R = \angle D$

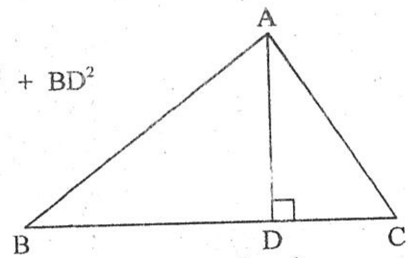


ပုံ (2.14)

8. ပိုက်သာဂိုရသီအိုရမ်ကို အသုံးပြု၍ သက်သေပြပါ။

(i) ပေးထားချက် ။ ။ $AD \perp BC$

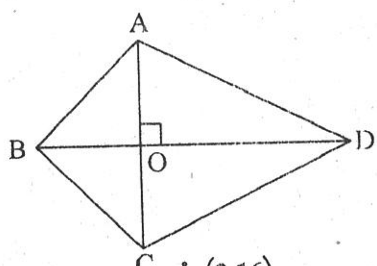
သက်သေပြရန် ။ ။ $AB^2 + CD^2 = AC^2 + BD^2$



ပုံ (2.15)

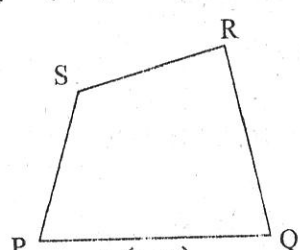
(ii) ပေးထားချက် ။ ။ $AC \perp BD$

သက်သေပြရန် ။ ။ $AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2$



ပုံ (2.16)

9. PQRS သည် စတုဂံခုံးတစ်ခုဖြစ်၏။ $PS + SR + RQ > PQ$ ဖြစ်ကြောင်းသက်သေပြပါ။ အသုံးပြုသော မှန်ကန်ချက်များကို ဖော်ပြပါ။



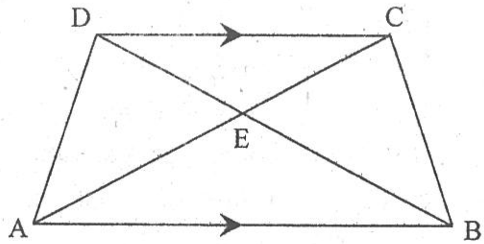
ပုံ (2.17)

10. သဏ္ဍာန်တူတြိဂံဆိုင်ရာ မှန်ကန်ချက်များကို အသုံးပြု၍ သက်သေပြပါ။

(i) ပေးထားချက် ။ ။ ထြာပီဇီယမ် ABCD တွင် AB // DC

$\Delta ADE \sim \Delta BEC$

သက်သေပြရန် ။ ။ AD = BC

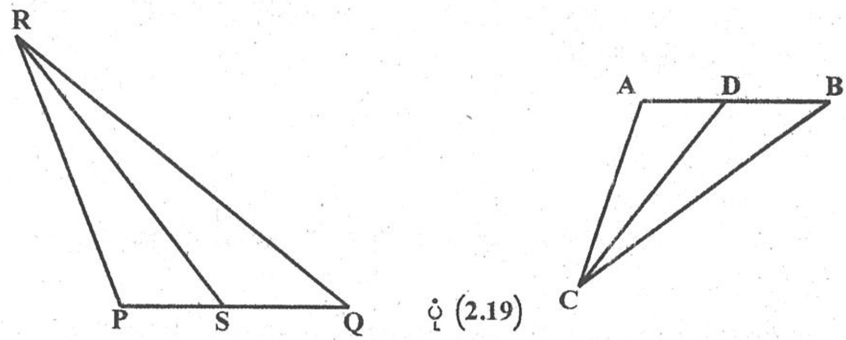


ပုံ (2.18)

(ii) ပေးထားချက် ။ ။ $\Delta PQR \sim \Delta ABC$

CD နှင့် RS တို့သည် သက်ဆိုင်ရာ အလယ်မျဉ်းများ

သက်သေပြရန် ။ ။ $\Delta PRS \sim \Delta ACD$



ပုံ (2.19)

အခန်း (3)

ဂျီသြမေတြီပညာကို စနစ်တကျလေ့လာခြင်း

3.1 ဂျီသြမေတြီပညာသုံး သင်္ကေတများ

အခြေခံဂျီသြမေတြီပညာကိုစူးစမ်းလေ့လာနည်းဖြင့်လေ့လာတတ်မြောက်ခဲ့ကြပြီဖြစ်သည်။သို့ရာတွင်ဂျီသြမေတြီပညာဆိုင်ရာ အခေါ်အဝေါ်များနှင့်အသုံးပြုခဲ့သော သင်္ကေတတို့ကို တိတိကျကျအဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ခြင်းမပြုခဲ့သေးပေ။ ဂျီသြမေတြီပညာကို စနစ်တကျလေ့လာတော့မည်ဆိုလျှင်အခေါ်အဝေါ်များ သင်္ကေတများကို အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်များနှင့်အညီ တိကျလိုက်နာဆောင်ရွက်ရမည်ဖြစ်ပေသည်။

ဂျီသြမေတြီပညာတွင် အဓိကအားဖြင့် အမှတ်များ ၊ မျဉ်းဖြောင့်များ ၊ မျဉ်းကွေးများဖြင့် တည်ဆောက်ထားသော ပုံများအကြောင်းကို လေ့လာကြသည်။ တစ်နည်းအားဖြင့် ဂျီသြမေတြီပညာသည် အမှတ်များပါဝင်သောအစုကို လေ့လာသည့် ပညာဖြစ်သည်။

ဂျီသြမေတြီပညာ၌ အသုံးပြုသောသင်္ကေတများ၏အဓိပ္ပာယ်များကို ကောင်းစွာနားလည်သဘောပေါက်ရန်လိုပေသည်။ သင်္ချာဘာသာ၌ သင်္ကေတများကို စာအသုံးအနှုန်းအစားအကျိုးရှိစွာအသုံးပြုခြင်းဖြစ်ပေသည်။ ဥပမာ ညီမျှသည်ဟူသော စာအသုံးအနှုန်းအစားသင်္ကေတ = ကိုသုံးခြင်းက ပိုမိုထိရောက်ကြောင်းသိခဲ့ကြပြီး ဖြစ်သည်။

အက္ခရာသင်္ချာ၌ညီမျှခြင်းသင်္ကေတ (=) ၏ဝဲဘက်နှင့်ယာဘက်တို့သည်ကိန်းတစ်ခုတည်းကို ဖော်ပြခြင်းဖြစ်သည်။

ဥပမာ $\sqrt{4} = 2$

$3 + 9 = 12$

$a \div b = c$

$a \div b = c$ တွင် $a \div b$ နှင့် c တို့သည် ကိန်းတစ်ခုတည်းကိုညွှန်းသည်။

ဥပမာ $12 \div 3 = 4$

ဆက်လက်လေ့လာမည့် ဂျီကြမေတြီပညာရပ်တွင် အောက်ပါသင်္ကေတများကို အသုံးပြုသွားမည်။

ပမာဏတူ သင်္ကေတ	$=$
ထပ်တူညီ သင်္ကေတ	$\cong$
သဏ္ဌာန်တူ သင်္ကေတ	$\sim$
မျဉ်းပြိုင် သင်္ကေတ	$//$
တြိဂံ ABC သင်္ကေတ	ΔABC

အနားပြိုင်စတုဂံ ABCD သင်္ကေတ	▱ ABCD
စက်ဝိုင်း သင်္ကေတ	⊙
P ဗဟိုရှိသော စက်ဝိုင်း	⊙P
ΔABC ၏ ဧရိယာ	$\alpha(\Delta ABC)$
ထောင့် ABC	$\angle ABC$
$\angle ABC$ ၏ဒီဂရီအတိုင်း	$\angle ABC$
မျဉ်း AB	AB

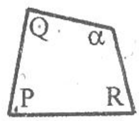
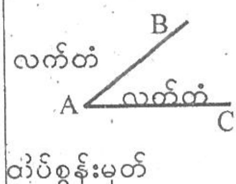
လေ့ကျင့်ခန်း (3.1)

အောက်ပါတို့ကို သင်္ကေတများဖြင့် ရေးပြပါ။

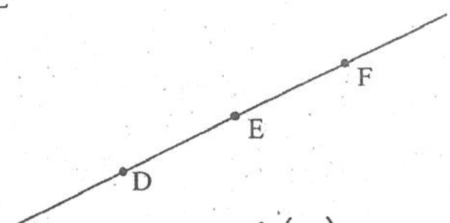
1. မျဉ်းဖြောင့် AB သည် မျဉ်းဖြောင့် CD နှင့်ပြိုင်သည်။
2. ΔABC တွင် $\angle ABC$ ၏ဒီဂရီအတိုင်းသည် 90° ရှိသည်။
3. ΔABC တွင် $AB = AC$ ဖြစ်လျှင် $\angle ABC$ နှင့် $\angle ACB$ တူညီကြသည်။
4. ΔABC နှင့် ΔDEF တို့သည် ဧရိယာတူကြသည်။

3.2 ဂျီသြမေတြီပညာ၏ အခြေခံဖြစ်သောပုံများ

ဂျီသြမေတြီပညာတွင် အသုံးပြုသောအခေါ်အဝေါ်များ၊ သင်္ကေတများ များစွာရှိကြောင်း တွေ့ရှိခဲ့ရပြီးဖြစ်သည်။ **အမှတ်၊ မျဉ်းဖြောင့်၊ ပြင်ညီ** စသည်တို့သည် ဂျီသြမေတြီ၏ အခြေခံများဖြစ်သည်။ ၎င်းတို့နှင့်ပတ်သက်ပြီး အတော်အသင့် တွေ့ကြုံခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ရှေ့ဆက်လက်၍ သင်ယူရမည့် ပုံစံတကျလေ့လာမည့် ဂျီသြမေတြီပညာ (Formal Geometry)တွင် အခေါ်အဝေါ်၊ စကားအသုံးအနှုန်း ၊ သင်္ကေတအသုံးပြုမှုတို့ကို အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်နှင့်အညီတိကျစွာလိုက်နာဆောင်ရွက်ရမည်ဖြစ်သဖြင့်လိုအပ်သလို ပြန်လည်မှီငြမ်းနိုင်ရန် ၎င်းတို့ကို သက်ဆိုင်ရာ ပုံများဖြင့်တွဲဖက်၍ ဖော်ပြထားပါသည်။ သိနားလည်မှုကို ဆန်းစစ်ရန်အတွက် ပုစ္ဆာများလည်း ပေးထားသည်။

ပုံစံ	အမည်နှင့်သင်္ကေတ	ရှင်းလင်းချက်
A	အမှတ် A	တည်နေရာကိုပြသည်။အရွယ်ပမာဏမရှိ။
	မျဉ်းဖြောင့်BC (သို့) မျဉ်းဖြောင့်CB	ဖြောင့်တန်း၍ အထုမရှိအဆုံးမှတ်မရှိ။ နှစ်ဘက်စလုံးသို့အဆုံးမရှိဆက်ဆွဲနိုင်သည်။
	ပြင်ညီPQR (သို့) ပြင်ညီ α	ညီညာပြန့်ပြူးသော မျက်နှာရှိ၍ အထုမရှိ လေးဘက်လေးတန်သို့ချဲ့နိုင်သည်။ ပုံဖော်သည့်အခါ အနားလေးဘက်ဘောင်ခတ်၍ ဖော်ပြရသည်။
	ထောင့် BAC ($\angle BAC$) (သို့) ထောင့် CAB ($\angle CAB$)	ဘုံအမှတ်ရှိသောမျဉ်းနှစ်ခု။ မျဉ်းတစ်ခုစီကိုထိုထောင့်၏ လက်တံများဟုခေါ်၍ ဘုံအစမှတ်ကို ထိပ်စွန်းမှတ် ဟုခေါ်သည်။

မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းပေါ်တွင် ကျရောက်နေသော အမှတ်များကို **တစ်မျဉ်းမှတ်**များ ဟုခေါ်သည်။

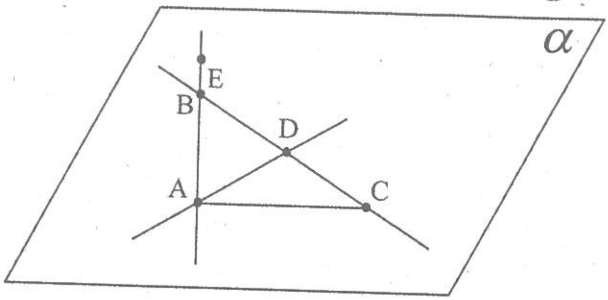


ပုံ (3.1)

ပုံ(3.4)တွင် D,E,F တို့သည် တစ်မျဉ်းမှတ်များ ဖြစ်ကြသည်။ မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းပေါ်မှ အမှတ်သုံးခုရှိတိုင်း ၎င်းတို့အနက် အမှတ်တစ်ခုသည် ကျန်အမှတ်နှစ်ခု၏ကြားတွင် ရှိသည်။ ဥပမာ E သည် D နှင့် F တို့ကြားတွင်ရှိသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (3.2)

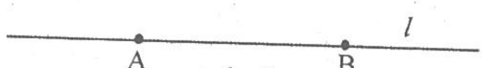
1. ဖော်ပြပါပုံကိုအသုံးပြု၍ မျဉ်းဖြောင့်သုံးကြောင်းကိုဖော်ပြပါ။



ပုံ (3.2)

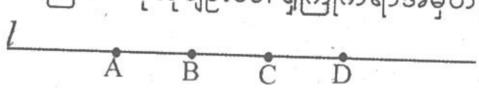
2. မျဉ်းဖြောင့် AB နှင့် AD တို့မည်သည့်အမှတ်၌ ဖြတ်သွားကြသနည်း။
3. တစ်မျဉ်းမှတ်သုံးခုကို ဖော်ပြပါ။
4. တစ်မျဉ်းမှတ်မဟုတ်သော အမှတ်သုံးခုကို ဖော်ပြပါ။
5. မျဉ်းဖြောင့်နှစ်ကြောင်းတို့ တစ်ကြောင်းကိုတစ်ကြောင်း ဖြတ်သွားကြလျှင် အမှတ်အရေအတွက် မည်မျှ၌ ဖြတ်သွားကြသနည်း။
6. ဖော်ပြထားသောပုံသည် မည်သည့်ပြင်ညီအတွင်း၌ ကျရောက်နေသနည်း။
7. သင်၏ပတ်ဝန်းကျင်၌ရှိသော ဝတ္ထုပစ္စည်းများမှ အမှတ် ၊ မျဉ်းဖြောင့် ၊ ပြင်ညီ ဥပမာ သုံးခုစီကို ဖော်ပြပါ။
8. မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းပေါ်၌ အမှတ်ပေါင်းမည်မျှရှိမည်ထင်သနည်း။
9. အမှတ်နှစ်ခုပေးထားလျှင် မျဉ်းဖြောင့်ကြောင်းရေ မည်မျှဆွဲနိုင်သနည်း။
10. အမှတ်သုံးခုပေးထားလျှင် မျဉ်းဖြောင့်ကြောင်းရေ မည်မျှဆွဲနိုင်မည်နည်း။

မျဉ်းဖြောင့်များကိုတစ်ခါတစ်ရံ အင်္ဂလိပ်အက္ခရာ အသေးဖြင့်လည်းဖော်ပြနိုင်သည်။ ဥပမာ မျဉ်းဖြောင့် AB ကို မျဉ်းဖြောင့် l ဟူ၍ဖော်ပြနိုင်သည်။



ပုံ (3.3)

မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းကိုထိုမျဉ်းပေါ်ရှိကြိုက်ရာအမှတ်နှစ်ခုဖြင့် ဖော်ပြနိုင်သည်။



ပုံ (3.4)

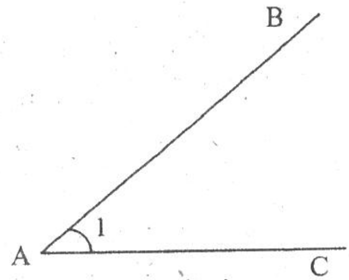
ဥပမာ မျဉ်းဖြောင့် l ကို AB, BC, AD စသည်ဖြင့် ဖော်ပြနိုင်သည်။

ထောင့်တစ်ခုကိုအောက်ပါအတိုင်း

(i) ထိပ်စွန်းမှတ် တစ်ခုတည်းဖြင့် $\angle A$ ဟူ၍လည်းကောင်း ၊

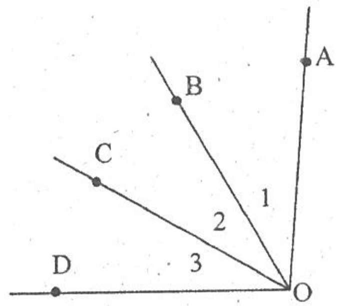
(ii) အမှတ်သုံးခုဖြင့် $\angle BAC$ နှင့် $\angle CAB$ ဟူ၍လည်းကောင်း (ဤတွင် အလယ်မှတ်သည် ထိပ်စွန်းမှတ် ဖြစ်ရမည်။)

(iii) ကိန်းတစ်ခုဖြင့် $\angle 1$ ဟူ၍လည်းကောင်း သုံးမျိုးဖော်ပြနိုင်သည်။



ပုံ (3.5)

ထိပ်စွန်းမှတ်တစ်ခုတည်း၌ထောင့်တစ်ခုထက်ပို၍ရှိသောအခါ အက္ခရာ တစ်လုံးတည်းဖြင့် ထောင့်အမည်များကိုဖော်ပြ၍မရနိုင်ချေ။ အောက်ပါပုံတွင် $\angle O$ ဟုဆိုလျှင် မည်သည့် ထောင့်ကိုဆိုလိုကြောင်း အတပ်မပြောနိုင်ချေ။ ထိုအခါမျိုးတွင် ထောင့်များကို အက္ခရာသုံးလုံး ဖြင့်လည်းကောင်း ၊ ကိန်းများဖြင့်လည်းကောင်း ရေးရမည်။



ပုံ (3.6)

ဥပမာ $\angle AOB, \angle BOC, \angle COD$ (သို့မဟုတ်) $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ ဟူ၍ ရေးနိုင်သည်။

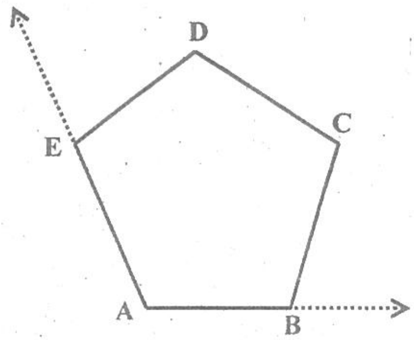
ထိပ်စွန်းမှတ် တစ်ခုတည်း၌ ကျရောက်ပြီး ထောင့်လက်တံတစ်ခု ထပ်လျက်ရှိသော ထောင့်နှစ်ခုကို **နီးစပ်ထောင့်များ** ဟုခေါ်မည်။

ပုံ(3.9)တွင် $\angle 1$, $\angle 2$

$\angle 2$, $\angle 3$

တို့သည်နီးစပ်ထောင့်များဖြစ်ကြသည်။

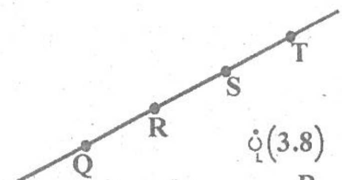
ပုံ(3.7)သည် အနား(5)ခုပါ ပဉ္စဂံ တစ်ခုဖြစ်၍အနားများသည်ထောင့်တစ်ခုစီ၏လက်တံများ ဖြစ်နေသည်ကို တွေ့ရမည်။ ထိုကဲ့သို့သော ဗဟုဂံများအတွက် BAE, ABC စသည်တို့ကို ထိုဗဟုဂံ၏ အတွင်းထောင့်များ ဟုသတ်မှတ်သည်။ $\angle BAE$, $\angle ABC$ စသည်ဖြင့် ရေးနိုင်သည်။



ပုံ(3.7)

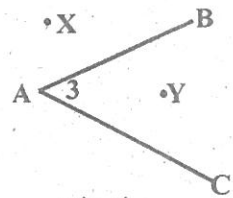
လေ့ကျင့်ခန်း (3.3)

1. ပုံ (3.8)မှမျဉ်း၏အမည်သုံးမျိုးကိုရေးပြပါ။



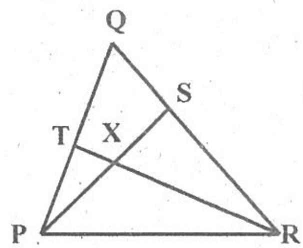
ပုံ(3.8)

2. ပုံ (3.9)မှထောင့်အမည်ကိုသုံးမျိုးရေးပြပါ။ X ကို ထိုထောင့်၏ပြင်ပ၌ ရှိသည်ဟုဆို၍ Y ကို ထိုထောင့်၏အတွင်း၌ရှိသည်ဟုဆိုမည်။



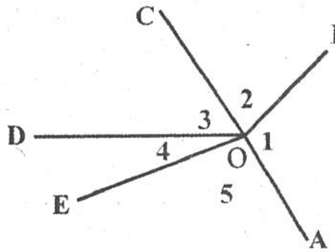
ပုံ(3.9)

3. ပုံ (3.9)မှထောင့်၏ထောင့်လက်တံများကိုဖော်ပြပါ။
4. ပုံ (3.10) ရှိထိုထောင့်ငါးခုအမည်များကိုဖော်ပြပါ။

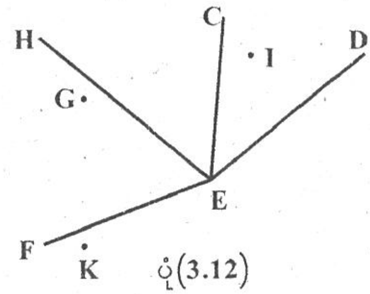


ပုံ(3.10)

5. ပုံ (3.11)တွင်ထောင့်အရေအတွက်မည်မျှရှိသနည်း။
6. ပုံ (3.11)တွင်နီးစပ်သောထောင့်များကိုဖော်ပြပါ။



ပုံ(3.11)



ပုံ(3.12)

7. ပုံ (3.12)တွင်ထောင့် 6 ခုရှိသည်။ထိုထောင့်များကိုဖော်ပြပါ။

8. I,G, K တို့သည်မည်သည့်ထောင့်များ၏အတွင်း၌ကျရောက်သနည်း။

9. I,G, K တို့သည်မည်သည့်ထောင့်များ၏အပြင်၌ကျရောက်သနည်း။

3.3 အခြေခံအလယ်တန်းအဆင့်၌သင်ကြားခဲ့ပြီးသောဂျီသြမေတြီအကြောင်းအရာများ ဂျီသြမေတြီပညာ၏ အခြေခံများဖြစ်သော –

(i) မျဉ်းပြိုင်ဂုဏ်သတ္တိများ

(ii) တြိဂံနှစ်ခုကို ထပ်တူညီစေနိုင်သော အချက်အလက်များ

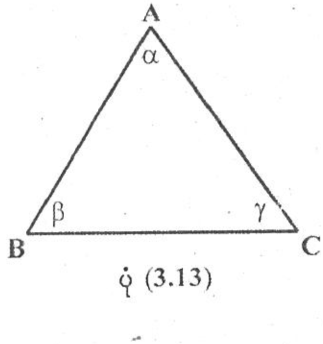
(iii) တြိဂံနှစ်ခုသဏ္ဌာန်တူစေနိုင်သော အချက်အလက်များ

(iv) စက်ဝိုင်းဂုဏ်သတ္တိများ

စသည်တို့ကို သင်ကြားခဲ့ကြရပြီ။ ထို့ပြင်အရေးကြီးသော အောက်ပါ သီအိုရမ်များအနက် အချို့ကိုသက်သေပြခဲ့ပြီးအချို့ကို မှန်ကန်ချက်များအဖြစ် လက်တွေ့လေ့လာသည့်နည်းဖြင့် သင်ကြားခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ (ဤသီအိုရမ်များကို အခန်း(2)မှာကဲ့သို့ သက်သေပြယူနိုင်သည်။ မကြာခဏအသုံးပြုရမည်ဖြစ်သဖြင့် ယင်းတို့ကို အမည်များတပ်၍ပေးထားသည်။)

(1) တြိဂံ – ထောင့်ပေါင်းသီအိုရမ် **(TST-Triangle Sum Theorem)**

တြိဂံတစ်ခု အတွင်းထောင့်သုံးခုပေါင်းသည် ထောင့်မှန်နှစ်ခုနှင့်တူညီသည်။



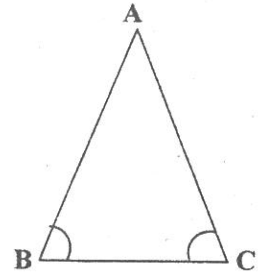
ပုံ (3.13)

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

(2) နှစ်နားညီအခြေခံထောင့်များသီအိုရမ်

(BAIT-Base Angles of Isosceles Theorem)

နှစ်နားညီ တြိဂံတစ်ခုတွင် အခြေခံထောင့်နှစ်ခု ထပ်တူညီကြသည်။

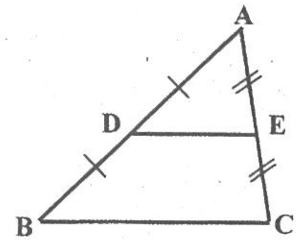


ပုံ (3.14)

(3) အလယ်မှတ်ဆက်မျဉ်း သီအိုရမ်

(MLT-Midline Theorem)

တြိဂံတစ်ခုတွင်အနားနှစ်ခု၏ အလယ်မှတ်နှစ်ခုကို ဆက်သွယ်သောမျဉ်းသည် ကျန်အနားနှင့်ပြိုင်၍ထိုအနား၏ထက်ဝက်နှင့်အလျား တူသည်။

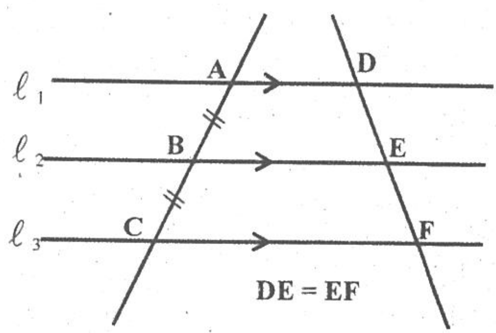


ပုံ (3.15)

(4) မျဉ်းပြိုင်မျဉ်းပိုင်း သီအိုရမ်

(EIT-Equal Intercept Theorem)

မျဉ်းပြိုင်သုံးကြောင်းကဖြတ်မျဉ်းတစ်ခုကို တူညီစွာ ပိုင်းဖြတ် လျှင်အခြားမည်သည့်ဖြတ်မျဉ်းကိုမဆိုထိုမျဉ်းပြိုင်များကတူညီစွာပိုင်းဖြတ်မည်။

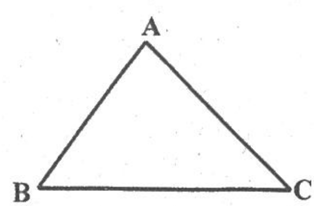


ပုံ (3.16)

(5) တြိဂံ မညီချက်

(Triangle Inequality)

မည်သည့်တြိဂံတွင်မဆို အနားနှစ်ခုတို့၏ အလျားများ ပေါင်းခြင်းသည် ကျန်အနား၏ အလျားထက် ကြီး၏။



$AB + AC > BC$

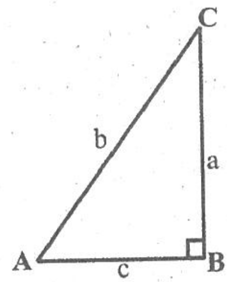
ပုံ (3.17)

(6) ပိုက်သာဂိုရသီအိုရမ်

(Pythagora's Theorem)

ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခုတွင် ထောင့်မှန်ခံ အနားအလျား၏ နှစ်ထပ်ကိန်းသည်ကျန်အနား နှစ်ခု၏ အလျားနှစ်ထပ်ကိန်းများ ပေါင်းလဒ်နှင့် တူညီသည်။

$b^2 = a^2 + c^2$ ဖြစ်သည်။



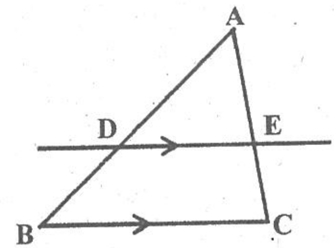
ပုံ **(3.18)**

(7) အချိုးတူသီအိုရမ် (BPT-Basic Proportionality Theorem)

တြိဂံတစ်ခု၏ အနားတစ်ခုနှင့်အပြိုင်ဆွဲသော မျဉ်းသည် ကျန်အနားနှစ်ဘက်ကို အချိုးတူ ပိုင်းဖြတ်သည်။

$DE \parallel BC$ ဖြစ်လျှင်

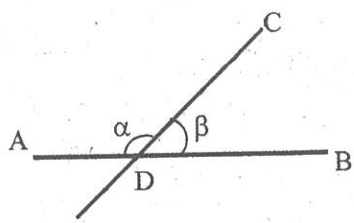
$$\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC}$$



ပုံ **(3.19)**

တစ်ဖန် အထူးစတုဂံများဖြစ်ကြသော အနားပြိုင်စတုဂံ၊ ထောင့်မှန်စတုဂံ၊ စတုရန်း၊ ရွှမ်းဗတ်၊ တြာဗီဇီယမ်၊ စွန်ပုံ စသည်တို့၏ ဂုဏ်သတ္တိများ၊ ဧရိယာပုံသေနည်းများကိုလည်း သင်ကြားပြီး ဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (3.4)



ပုံ **(3.20)**

1. ဖော်ပြပါပုံတွင် ADB နှင့် CD တို့သည် မျဉ်းဖြောင့်များ ဖြစ်ကြသည်။ အောက်ပါ ကွက်လပ်များကို ဖြည့်ပါ။

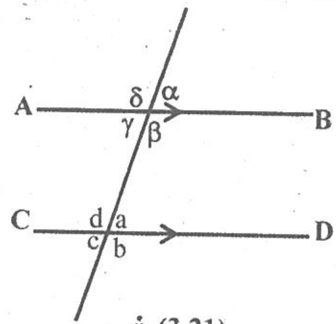
(a) $\alpha + \beta = (\ldots\ldots\ldots)$ ဒီဂရီ

(b) ထောင့် α ကို ထောင့် β ၏ (- - -) ဖြည့်ဖက်ဟုခေါ်သည်။

2. မျဉ်းပြိုင် AB နှင့် CD တို့ကို မျဉ်းတစ်ကြောင်းကပုံပါ**အတိုင်း** ဖြတ်လျှင်

(a) **မည်သည့်ထောင့်များသည်** ဆီလျော်ထောင့်များ ဖြစ်ကြသနည်း။

(b) **မည်သည့်ထောင့်များသည်** သမသတ်ထောင့်များ ဖြစ်ကြသနည်း။



ပုံ (3.21)

(c) မည်သည့်ထောင့်များသည် အတွင်းထောင့်များဖြစ်ကြပြီး မည်သည့်ထောင့်များ သည် အပြင်ထောင့်များ ဖြစ်ကြသနည်း။။

(d) ထောင့်တူများကိုဖော်ပြ၍ မည်သည့်အချက်ဖြင့် ဆုံးဖြတ်သည်ကို ဖော်ပြပါ။ ဥပမာ - $\alpha = a$ (ဆီလျော် $\angle$ များ)

(e) ထောင့်ဖြောင့်ဖြည့်ဖက်များကို ဖော်ပြပါ ။

3. အောက်ပါကွက်လပ်များကိုဖြည့်ပါ။

(a) အမှတ်တစ်ခု၌ဆုံသောထောင့်များ၏ **ပမာဏ**များ အားလုံးပေါင်းသည် ထောင့်မှန် (... ... ...) ခုနှင့် တူညီသည်။

(b) ပေးထားသော အမှတ်တစ်ခုကို ဖြတ်၍ ထိုအမှတ်ကို ဖြတ်မသွားသော မျဉ်း တစ်ကြောင်းနှင့် အပြိုင်မျဉ်း (... ... ...) **သာဆွဲနိုင်၏**။

(c) တစ်ခုကိုတစ်ခုမဖြတ်သော မျဉ်းနှစ်ကြောင်းကို (... ... ...) သည် ဟု သတ်မှတ်သည်။

(d) မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားနှစ်စုံပြိုင်နေသော စတုဂံကို(... ... ...) စတုဂံဟု ခေါ်သည်။

(e) ရွမ်းဗတ်ပုံဆိုသည်မှာ အနား (... ... ...) တူညီနေသော စတုဂံတစ်ခု ဖြစ်သည်။

(f) အမှတ်တစ်ခုမှ မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းပေါ်သို့ ဆွဲနိုင်သော မျဉ်းများအနက် (... ... ...)မျဉ်းသည် **အတိုဆုံး**ဖြစ်၏။

(g) တြိဂံတစ်ခုတွင် **အနားနှစ်ခု**၏ အလျားများပေါင်းခြင်းသည် ကျန်အနား၏ အလျားထက် (... ... ...) ၏။

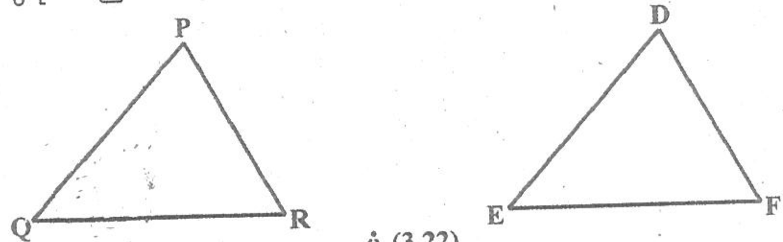
4. အောက်ပါအဆိုများကို မှား၊ မှန် ခွဲခြားပေးပါ။

(a) မျဉ်းနှစ်ကြောင်း အမှတ်တစ်ခု၌ဖြတ်ကြလျှင် ဖြစ်ပေါ်လာသော မျက်နှာချင်း ဆိုင်ထောင့်များ ထပ်တူညီ၏။

(b) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ခုတို့၏ အလျားများတူညီသော စတုဂံသည် ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခုဖြစ်သည်။

(c) နှစ်နားညီတြိဂံတစ်ခု၏အခြေခံထောင့်များသည်ထောင့်ကျဉ်းများသာဖြစ်သည်။

(d) ပြင်ပမှတ်တစ်ခုမှ မျဉ်းတစ်ကြောင်းပေါ်သို့ ထောင့်မတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်းဆွဲနိုင်သည်။



ပုံ (3.22)

5. ပုံ(3.22)တွင် $\Delta PQR \cong \Delta DEF$ ဖြစ်သည်ဟုပေးထားလျှင် အောက်ပါ ကွက်လပ်များကိုဖြည့်ပါ။

(a) $\angle P$ = … … …

(b) $\angle Q$ = … … …

(c) … … … = $\angle F$

(d) PQ = … … …

(e) … … … = DF

6. ဂျီဩမေတြီ ဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာတစ်ပုဒ်တွင် ထောင့်များနှင့်သက်ဆိုင်သော အဖြေများကိုမေးလာလျှင်မည်သည့်သီအိုရမ်များ၊မည်သည့်သတ်မှတ်ချက်များသည်အထောက်အကူပြုနိုင်သနည်း။

7. အလျားနှစ်ခုတူညီကြောင်း သက်သေပြခိုင်းသော ဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာတစ်ပုဒ်ကိုဖြေရှင်းရန် မည်သည့် အချက်အလက်များသည် အထောက်အကူ ပြုမည်နည်း။

8. အောက်ပါဇယားတွင် အနားပြိုင်စတုဂံ၊ ထောင့်မှန်စတုဂံ၊ ရွမ်းဗတ်၊ စတုရန်းတို့၏ သက်ဆိုင်ရာ ဂုဏ်သတ္တိများကို မှန်ကန်စွာ ဖြည့်စွက်ပေးပါ။
(နမူနာတစ်ခုပြထားသည်)

	ဂုဏ်သတ္တိများ	အနားပြိုင် စတုဂံ	ထောင့်မှန် စတုဂံ	ရွမ်းဗတ်	စတုရန်း
(i)	ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းသည်ဧရိယာကို ထက်ဝက်ပိုင်းသည်။				
(ii)	မျက်နှာချင်းဆိုင် အနားများ ပြိုင်သည်။				
(iii)	မျက်နှာချင်းဆိုင် အနားများ တူညီသည်။				
(iv)	မျက်နှာချင်းဆိုင် ထောင့်များ တူညီသည်။				
	ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း တစ်ခုကိုတစ်ခု ထက်ဝက်ပိုင်းသည်။				
(vi)	ထောင့်အားလုံးထောင့်မှန်ဖြစ်သည်။	×	✓	×	✓
(vii)	ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများတူညီသည်။				
(viii)	ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများ ထောင့်မှန်ကျ နေသည်။				
(ix)	ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများသည် မျက်နှာချင်းဆိုင် ထောင့်များကို ထက်ဝက်ပိုင်းသည်။				
(x)	အနားအားလုံးတူညီသည်။				

9. တြိဂံနှစ်ခုကို ထပ်တူညီကြောင်းပြရန် အောက်ပါမှန်ကန်ချက် (4)ခု ရှိကြောင်း သိခဲ့ပြီး ဖြစ်သည်။

(a) နှစ်နားကြားထောင့်ညီ မှန်ကန်ချက် (အတိုကောက် အင်္ဂလိပ်အက္ခရာဖြင့် SAS မှန်ကန်ချက်ဟု မှတ်ပါ။)

(b) နှစ်ထောင့်နှင့် လိုက်ဖက်**အနားတစ်ခုညီ** မှန်ကန်ချက် (AAS သို့ ASA မှန်ကန်ချက်ဟု မှတ်ပါ။)

(c) အနားသုံးဘက်ညီ မှန်ကန်ချက် (SSS မှန်ကန်ချက်ဟု မှတ်ပါ။)

(d) ထောင့်မှန်ခံအနားနှင့်အခြားအနားတစ်ဖက်ညီမှန်ကန်ချက်(RHLဟုမှတ်ပါ။)

ဤတွင် S = Side (အနား)

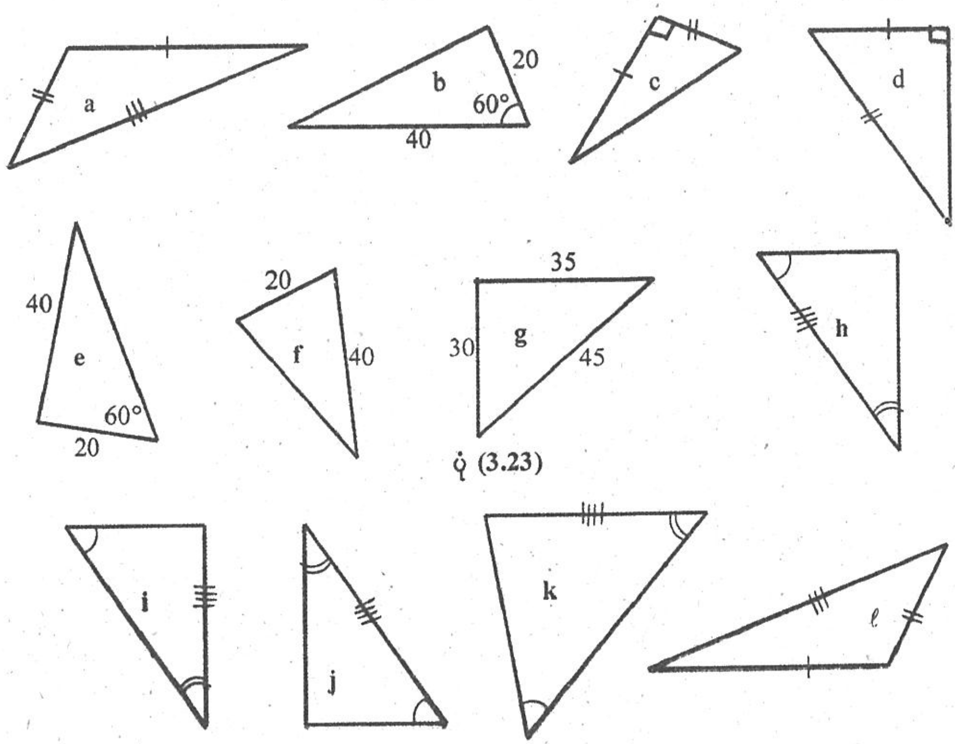
A = Angle (ထောင့်)

R = Right Angle (ထောင့်မှန်)

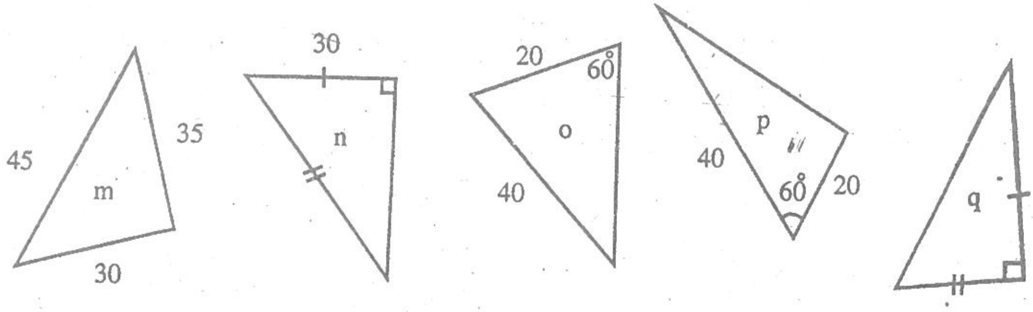
H = Hypotenuse (ထောင့်မှန်ခံအနား)

L = Leg (ထောင့်မှန်ဆောင် အနားတစ်ဖက်)

အောက်ပါပုံများမှ ထပ်တူညီတြိဂံများကို ရွေးထုတ်ပြီး မည်သည့်မှန်ကန်ချက်အရ ထပ်တူညီသည်ကို ပူးတွဲဖော်ပြပေးပါ။ (ပုံများသည် စကေးကိုက် ဆွဲထားခြင်း မဟုတ်ဘဲ တူညီသောအနားများနှင့်ထောင့်များကိုသာအမှတ်အသားပြုလုပ်ထားသည်ကို သတိပြုပါ။)



ပုံ (3.23)



ပုံ (3.23)

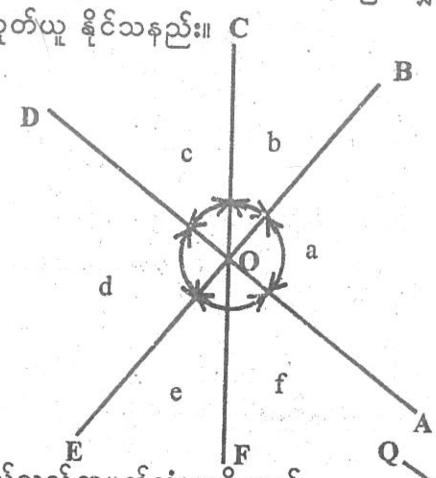
10. ဂျီသြမေတြီပညာရပ်ကိုသင်ကြားခြင်း၏အဓိကမျှော်မှန်းချက်မှာထုတ်ယူဆင်ခြင်နည်းကို နားလည်သဘောပေါက်စေရန်နှင့် အသုံးချတတ်စေရန်ပင် ဖြစ်သည်။

(a) ဖော်ပြပါပုံတွင်

(1) အကယ်၍ b = e, c = f နှင့် COFသည်မျဉ်းဖြောင့်ဖြစ်လျှင် မည်သည့်အဖြေများကိုရရှိမည်နည်း။

(2) အကယ်၍ a = d, b = e နှင့် c = f ဖြစ်လျှင်မည်သည့်အဖြေများကို ရရှိမည်နည်း။

(3) အကယ်၍ a + b + c = d + e + f ဖြစ်လျှင်မည်သည့် အဖြေကို ထုတ်ယူ နိုင်သနည်း။

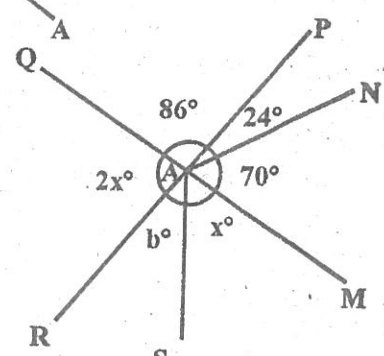


ပုံ (3.24)

(b) ဖော်ပြပါပုံတွင်

(1) မည်သည့်အမှတ်သုံးခုတို့ သည် မျဉ်းတစ်ပြေးတည်းကျနေသနည်း။

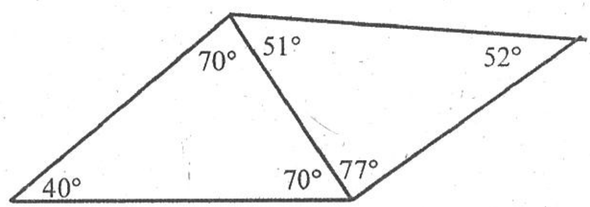
(2) R,A,N တို့သည် မျဉ်းတစ်ပြေးတည်း ကျနေလျှင် b ကိုရှာပါ။



ပုံ (3.25)

(3) အကယ်၍ $b = 2x + 5$ ဖြစ်နေလျှင်မည်သည့် အမှတ်သုံးခုသည် မျဉ်း တစ်ပြေးတည်း ကျသနည်း။

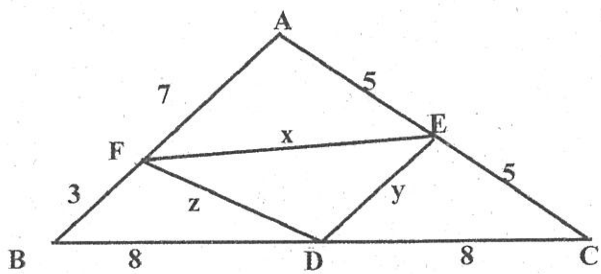
(c)



ပုံ (3.26)

ပုံပါပေးထားချက်များအရ မည်သည့်အနားသည် အတိုဆုံးဖြစ်သနည်း။ မည်သည့်သီအိုရမ်ကို အသုံးပြုသနည်း။

(d)



ပုံ (3.27)

ပုံပါပေးထားချက်များအရ x,y,z တို့အနက် မည်သည့်အကွာရာ၏ တန်ဖိုးကို ဂျီဩမေတြီနည်းဖြင့် ရှာနိုင်သနည်း။ ထိုတန်ဖိုးကို ရှာပေးပါ။

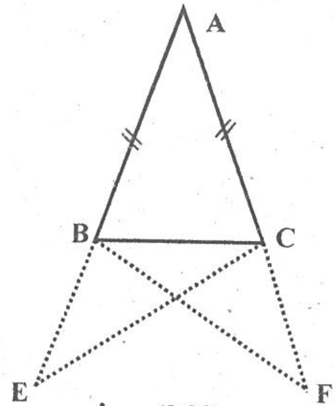
ΔABC သည် မည်သည့်တြိဂံမျိုး ဖြစ်သနည်း။

AD ၏ အလျားကို ရှာနိုင်က ရှာပေးပါ။

ထုတ်ယူဆင်ခြင်နည်းတွင် အဖြေတစ်ခုကို ရေးချတိုင်း မည်သည့် သီအိုရမ်၊ အဓိပ္ပာယ် သတ်မှတ်ချက်၊ မှန်ကန်ချက်တို့အရဟူ၍ အကြောင်းပြချက် ခိုင်လုံစွာ ဖော်ပြပေးရသည်။

11. အောက်ပါသက်သေပြချက်များတွင် အကြောင်းပြချက်များကို ဖြည့်စွက်ပေးပါ။

(a)



ပုံ (3.28)

ပေးထားချက် ။ ။ ΔABC တွင် $AB = BC$

သက်သေပြရန် ။ ။ $\angle C = \angle B$

သက်သေပြချက် ။ ။ AB နှင့် AC တို့ကို E နှင့် F တို့သို့ $AE = AF$ ဖြစ်အောင်ဆက်ဆွဲပါ။

$\Delta AEC \cong \Delta AFB$ (… … … … … …)

$\angle AEC = \angle AFB$ နှင့် $EC = FB$

ထိုအခါ $\Delta EBC \cong \Delta FCB$ (… … … … … …)

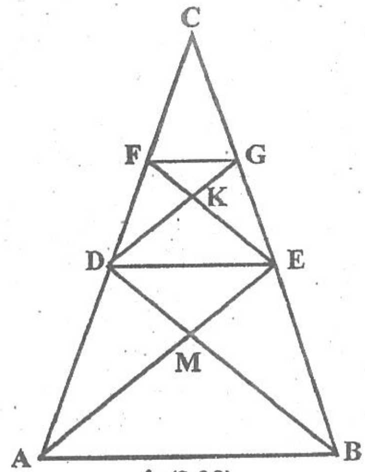
$\angle EBC = \angle FCB$

$\angle ABC = \angle ACB$ (… … … … … …)

(ဤနှစ်နားညီသီအိုရမ်၏ သက်သေပြချက်သည် ဆရာကြီးယူကလစ်၏ မူရင်းသက်သေပြချက်ဖြစ်သည်။ထိုခေတ်ထိုအခါကကျောင်းသားကျောင်းသူများသည်ဤသက်သေပြချက်ကို နားလည်သဘောပေါက်အောင် မနည်းကြိုးစားရသဖြင့် သီအိုရမ်ကို Pons Asionorun (The Bridge of Assess or Fools) ဟု အမည်တွင်ခဲ့လေသည်။

ထိုပုံသည် သွားလာရန်ခက်ခဲသော နေရာနှစ်ခုကို ဆက်သွယ် ဆောက်လုပ်ထားသော တံတားတစ်ခုနှင့် တူညီနေသဖြင့် ဉာဏ်ထိုင်းသော ကျောင်းသားများ ထိုတံတားကို ဖြတ်ကျော် မသွားနိုင်ကြဟု ဆိုလိုရင်း ဖြစ်ပေသည်။)

(b)



ပုံ (3.29)

ပေးထားချက် ။ ။ (1) CA = CB

(2) ΔCFG သည် နှစ်နားညီ

(3) D နှင့် E တို့သည် AC, BC တို့၏ အလယ်မှတ်များ

သက်သေပြရန် ။ ။ (i) DK = EK

(ii) ΔAMB သည်နှစ်နားညီ

သက်သေပြချက် ။ ။ (i) $\Delta CDG \cong \Delta CEF$ (… … … … … …)

$\angle CDG$ = ----------

တစ်ဖန် $\angle CDE = \angle CED$ (CD = … … … …)

$\angle CDE - \angle CDG$ = ----------

$\angle GDE = \angle FED$

DK = EK

(ii) $\Delta CEA \cong \Delta CDB$ (… … … … … …)

$\angle CAE = \angle CBD$

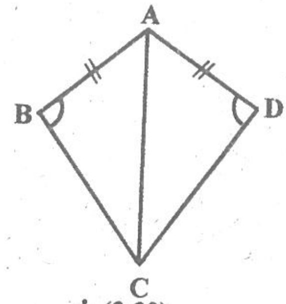
တစ်ဖန် $\angle CAB = \angle CBA$

နုတ်ခြင်းဖြင့် $\angle EAB = \angle DBA$

ΔAMB သည်နှစ်နားညီ ဖြစ်၏။

12. ထုတ်ယူဆင်ခြင်နည်းတွင် အဓိကသတိပြုရမည့်အချက်မှာ မိမိကောက်ချက်ချသော အဖြေတိုင်းသည် မှန်ကန်ချက်တစ်ခုခု၊ သီအိုရမ် (သို့)ကော်ရော်လာရီ တစ်ခုခုနှင့် ကိုက်ညီရမည်ဖြစ်သည်။ သက်သေ မပြရသေးသော ဆင်တူယိုးမှား အဖြေများကို

အသုံးမပြုနိုင်ချေ။ အောက်ပါသက်သေပြချက်များသည် မှားနေသည်။ မည်သည့် နေရာများ၌မှားနေကြောင်း ထောက်ပြပါ။



ပုံ (3.30)

(a)

ပေးထားချက် ။ ။ စတုဂံ ABCD တွင်

(1) $AB = AD$ (2) $\angle B = \angle D$

သက်သေပြရန် ။ ။ $BC = DC$

သက်သေပြချက် ။ ။ AC ကို ဆက်သွယ်ပါ။

ΔABC နှင့် ΔADC တို့တွင်

$AB = AD$ (ပေးချက်)

$AC = AC$ (ဘုံအနား)

$\angle B = \angle D$ (ပေးချက်)

$\Delta ABC \cong \Delta ADC$

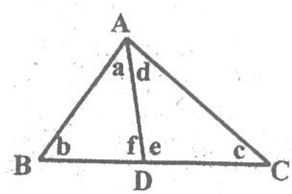
$BC = DC$

(b)

ပေးထားချက် ။ ။ ΔABC

သက်သေပြရန် ။ ။ အတွင်းထောင့်သုံးခုပေါင်း = 180°

သက်သေပြချက် ။ ။ BC ပေါ်တွင် D အမှတ်ကိုယူ၍ A နှင့် ဆက်သွယ်ပါ။



ပုံ (3.31)

$a + b + f = x$

$c + d + e = x$ ဟု ထားပါ။

$a + b + c + d + e + f = 2x$ (1)

တစ်ဖန် ΔABC မှ $a + b + c + d = x$ (2)

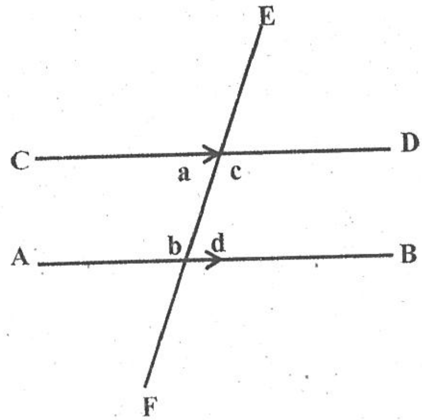
ညီမျှခြင်း (1)မှ ညီမျှခြင်း (2) ကိုနုတ်သော်

$e + f = x$

သို့ရာတွင် $e + f = 180°$ (ထောင့်ဖြောင့်ဖြည့်ဖက်များ)

$\therefore \; x = 180°$

$\therefore \; a + b + c + d = 180°$



ပုံ (3.32)

(c) ပေးထားချက် ။ ။ AB // CD တွင် EF သည် ဖြတ်မျဉ်း

သက်သေပြရန် ။ ။ $a + b = 180°$ (သို့) $c + d = 180°$

သက်သေပြချက် ။ ။ မျဉ်းပြိုင်တစ်စုံ အတွင်းရှိ ထောင့်နှစ်ခု ပေါင်းလဒ်သည် အောက်ပါဖြစ်ရပ် သုံးခုအနက် တစ်ခုခုဖြစ်နိုင်သည်။

(1) ပေါင်းလဒ်သည် $180°$ ထက်ကြီးသည်။

(2) ပေါင်းလဒ်သည် $180°$ အောက် ငယ်သည်။

(3) ပေါင်းလဒ်သည် $180°$ နှင့်တူညီသည်။

(1) ဖြစ်ခဲ့လျှင် $a + b > 180°$, $c + d > 180°$

$a + b + c + d > 360°$

သို့ရာတွင် $a + c = 180°$, $b + d = 180°$ ဖြစ်၍ (1) သည်မဖြစ်နိုင်။

သို့ဖြစ်၍ ဖြစ်ရပ် (1) သည် မဖြစ်နိုင်။

(2) ဖြစ်ခဲ့လျှင်လည်း $a + b + c + d < 360°$ ဖြစ်မည်။

သို့ဖြစ်၍ ဖြစ်ရပ် (2) သည်လည်း မဖြစ်နိုင်။

ထို့ကြောင့် ဖြစ်ရပ် (3) သာဖြစ်ရမည်။

$a + b = 180°$ (သို့) $c + d = 180°$

3.4 ဂျီသြမေတြီပြဿနာများကို ဖြေရှင်းခြင်း

အခြေခံပညာအလယ်တန်းဆင့်တွင်ဂျီသြမေတြီပညာရပ်၌အောက်ပါပြဿနာသုံးမျိုးကို ဖြေရှင်းခဲ့ကြရသည်။

(1) ဂဏန်းတန်ဖိုးများကို တွက်ချက်၍ ရှာပေးရသော ပုစ္ဆာများ ၊

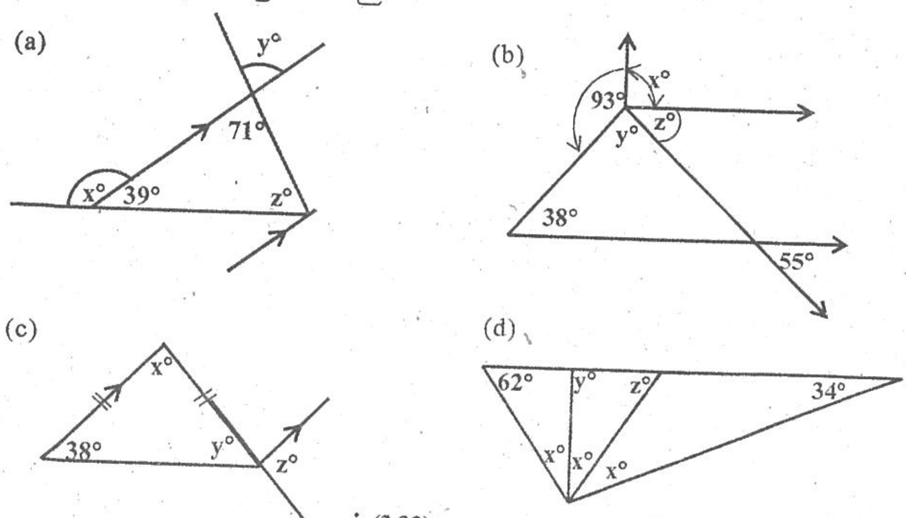
(2) အဖြေတစ်ခုခုကို ကျိုးကြောင်းဆက်စပ်၍ သီအိုရမ် အကိုးအကားတို့ဖြင့် သက်သေပြပေးရသော ဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာများ ၊

(3) ပေးထားချက်များနှင့်ပြည့်စုံသောပုံများကိုဆောက်လုပ်ပေးရသောဆောက်လုပ်ချက်ပုစ္ဆာများ။

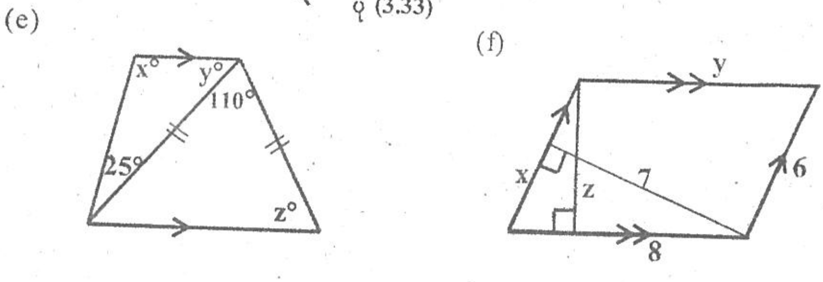
ဂဏန်းတန်ဖိုးများကိုတွက်ချက်၍ ရှာပေးရသော ပုစ္ဆာများသည် ဂျီသြမေတြီဆိုင်ရာ မှန်ကန်ချက်များ ၊ အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်များနှင့် သက်ဆိုင်ရာဂုဏ်သတ္တိများကို တတ်သိပိုင်နိုင် ကျွမ်းကျင်စေရန်နှင့် တစ်ဆင့်မြင့်သော ဂျီသြမေတြီဆိုင်ရာ ဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာများကို ဖြေရှင်းရာတွင် အထောက်အကူပြုစေရန် ရည်ရွယ်ခြင်းဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (3.5)

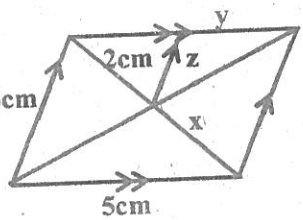
1. အောက်ပါပုံများမှ x , y , z တို့၏ တန်ဖိုးများကို ရှာပေးပါ။ ပေးထားချက်များကို ပုံတွင် အပြည့်အစုံ ဖော်ပြထားသည်။



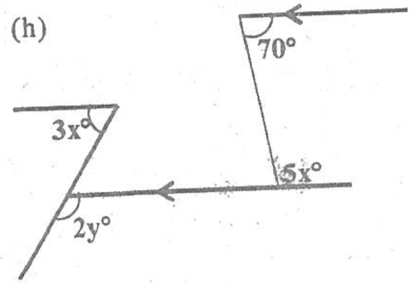
ပုံ (3.33)



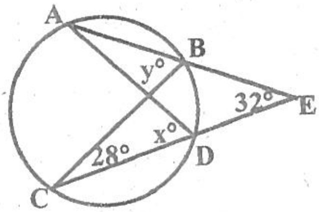
(g)



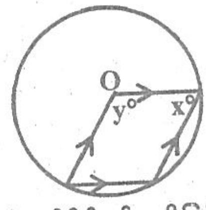
(h)



(i)

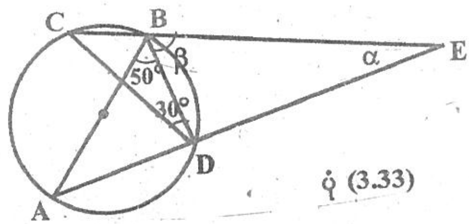


(j)



O သည်စက်ဝိုင်း၏ဗဟိုဖြစ်သည်။

(k)

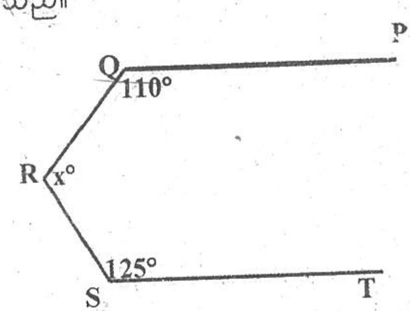


ပုံ (3.33)

AB သည်အချင်းဖြစ်လျှင် α , β ,တို့ကိုရှာပါ။

2. ဂျီဩမေတြီပုစ္ဆာများတွင် တစ်ခါတစ်ရံ ပေးထားချက်များကိုချည်း အားကိုး၍ လိုရင်း အဖြေများကိုမရနိုင်။ထိုအခါမျိုးတွင်"အကူမျဉ်း"(AuxiliaryLines) များလိုအပ်သည်။ သင့်တော်သော အကူမျဉ်းများကို ဖြည့်စွက်ပေးလိုက်လျှင် လိုရင်းအဖြေကို တွက်ယူ လာနိုင်မည်ဖြစ်သည်။

(a)



ပုံ (3.34)

ဖော်ပြပါပုံတွင် QP // ST ဖြစ်၏။

(1) QR နှင့် TS တို့ကို ဆက်ဆွဲ၍ သော်လည်းကောင်း ၊

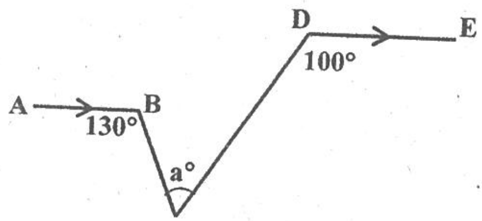
(2) SR နှင့် PQ တို့ကို ဆက်ဆွဲ၍ သော်လည်းကောင်း ၊

(3) R မှ မျဉ်းပြိုင်တစ်ကြောင်းဆွဲ၍ သော်လည်းကောင်း ၊

(4) QS ကို ဆက်ဆွဲ၍ သော်လည်းကောင်း x ၏တန်ဖိုး ရှာပေးပါ။

(5) အခြား မည်သည့်အကူမျဉ်းဖြင့် ရှာနိုင်သေးသနည်း။

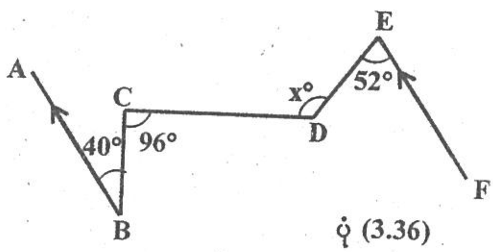
(b)



ပုံ (3.35)

သင့်တော်သော ဖြည့်စွက်ချက်ဖြင့် a ကို ရှာပါ။ BA // DE ဖြစ်သည်။

(c)

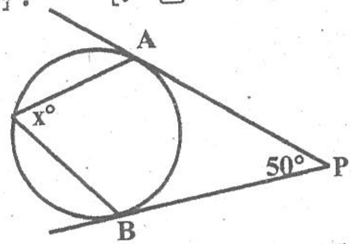


ပုံ (3.36)

ပုံပါပေးချက်များအရ x ကို ရှာပါ။

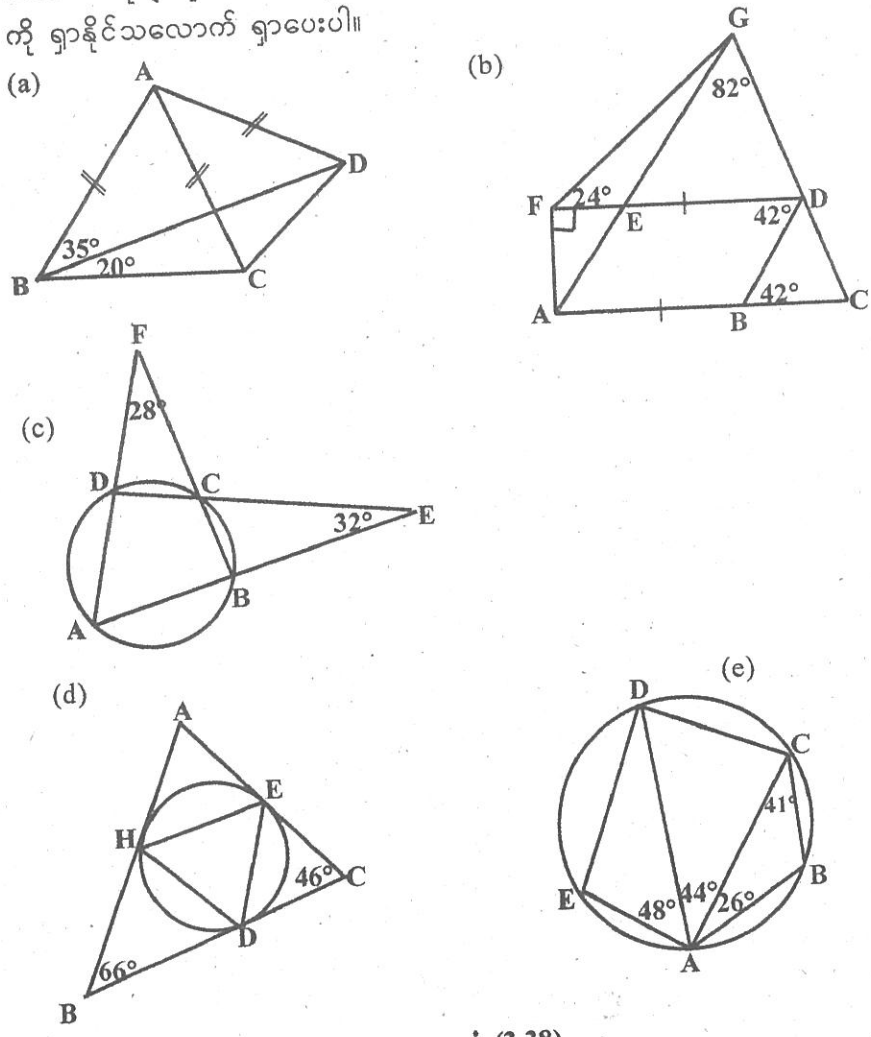
BA // EF ဖြစ်သည်။

(d) PA နှင့် PB တို့သည် တန်းဂျင့်မျဉ်းများ ဖြစ်ကြသည်။ x ကို ရှာပါ။



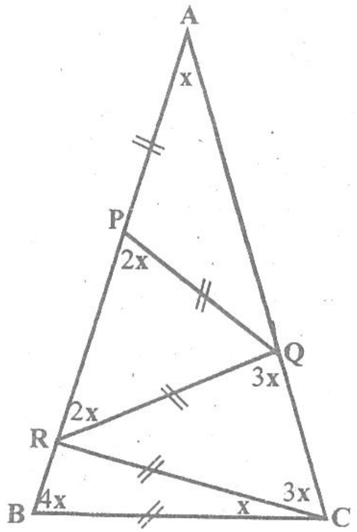
ပုံ (3.37)

3. အောက်ပါပုံများမှ ပေးထားချက်များကို အသုံးပြု၍ ကျန်ရှိနေသေးသော ထောင့်များကို ရှာနိုင်သလောက် ရှာပေးပါ။



ပုံ (3.38)

4. ထောင့်များကိုရှာခိုင်းသော ပုစ္ဆာများတွင် အက္ခရာအစားထိုး၍ တွက်လျှင်လွယ်ကူစေသော ပုစ္ဆာများကို တွေ့ရတတ်သည်။



ပုံ (3.39)

ΔABC တွင် $AB = AC$ ဖြစ်၍

$AP = PQ = QR = RC = BC$ ဖြစ်လျှင်

$\angle A$ ကို ရှာပါ။

$\angle A = x$ ဟုထားလိုက်လျှင်

$\angle PQA = x$

$\angle QRP = \angle QPR = 2x$

$\angle RCQ = \angle RQC = 3x$

$\angle CBR = \angle CRB = 4X$

$\angle BCR = x$ ဟူ၍ ရမည်။

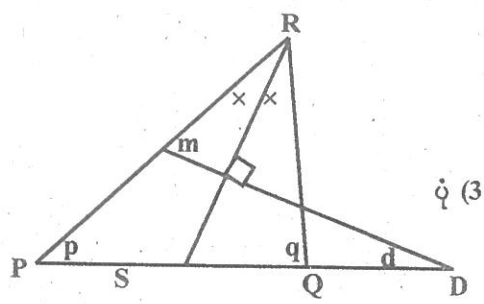
$\therefore \Delta BRC$ မှ $4x + 4x + x =$ … … … …

$9x =$ … … … …

$x =$ … … … …

5. ဂျီသြမေတြီအသိကို စစ်ဆေးနိုင်သော ပုစ္ဆာတစ်မျိုးမှာ "မှားမှန် ရောထွေးအဖြေ ရှာပေး" ခိုင်းသော ပုစ္ဆာမျိုးဖြစ်သည်။

(a)



ပုံ (3.40)

ပုံပါပေးထားချက်များအရ အောက်ပါအဖြေများမှ အဖြေမှန်ကို ရွေးထုတ်ပေးပါ။

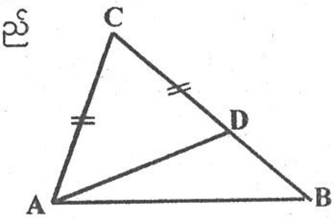
(1) $m = \frac{1}{2}(p - q)$

(2) $m = \frac{1}{2}(p + q)$

(3) $d = \frac{1}{2}(q + p)$

(4) $d = \frac{1}{2}m$

(b) ΔABC တွင် $AC = CD$ ဖြစ်၍ $\angle CAB - \angle ABC = 30^\circ$ ဖြစ်လျှင် $\angle BAD$ ၏ တန်ဖိုးသည်



ပုံ (3.41)

(1) 30°

(2) 20°

(3) 10°

(4) 15° ဖြစ်၏။

(c) အဖြေမှန်ကိုရွေးပါ။

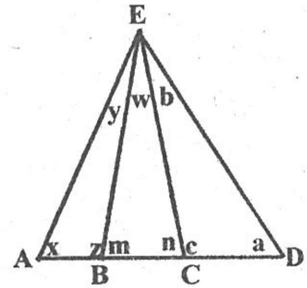
(1) $x + z = a + b$

(2) $y + z = a + b$

(3) $m + x = w + n$

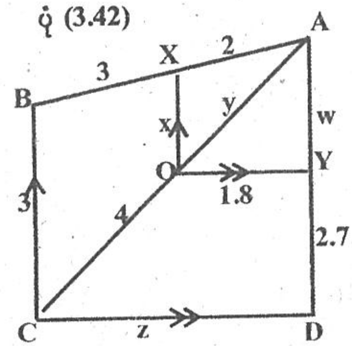
(4) $x + z + n = w + c + m$

(5) $x + y + n = a + b + m$



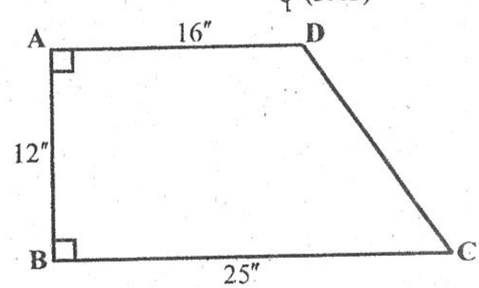
ပုံ (3.42)

6\. ပေးထားသောပုံတွင် $OX \parallel CB, OY \parallel CD$ ဖြစ်၏။ သဏ္ဍာန်တူတြိဂံနှစ်ခုကို ဖော်ပြပါ။ x, y, z, w တို့ကိုရှာပါ။ $\angle YOA$ နှင့် $\angle YAO$ တို့မည်သို့ ဆက်သွယ်နေသနည်း။



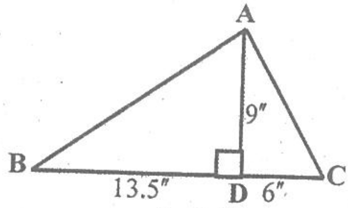
ပုံ (3.43)

7\. ပေးထားသော ထြာပီဇီယမ် ပုံမှ BD နှင့် CA တို့ကိုရှာပါ။



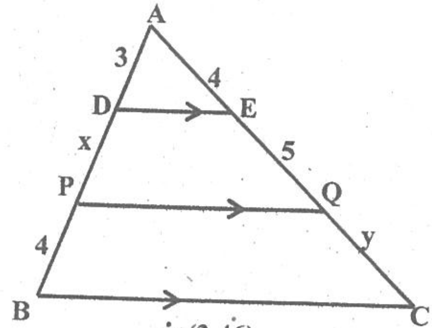
ပုံ (3.44)

8. ပုံပါပေးထားချက်များအရ $\angle BAC$ သည် ထောင့်မှန်တစ်ခုဖြစ်ပါသလား။



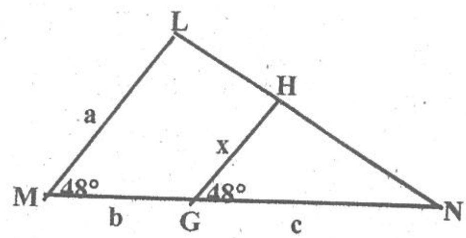
ပုံ (3.45)

9. ပုံတွင် DE // PQ // BC ဖြစ်သော် x , y တို့ကိုရှာပါ။



ပုံ (3.46)

10. ပေးထားသောပုံမှ x ကို a , b , c တို့ဖြင့် ရှာပေးပါ။



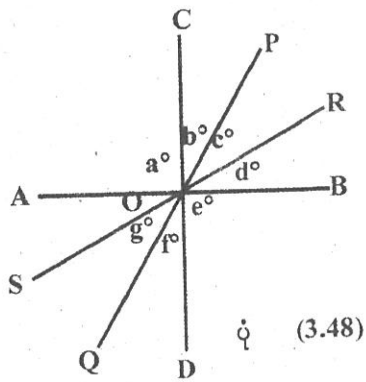
ပုံ (3.47)

3.5 သင်္ချာဘာသာတွင် ခြုံယူဆင်ခြင်နည်း (INDUCTIVE METHOD)နှင့် ထုတ်ယူဆင်ခြင်နည်း(DEDUCTIVE METHOD)ဟူ၍ ဆင်ခြင်နည်းနှစ်နည်းရှိရာ ထုတ်ယူဆင်ခြင်နည်းသည် ပိုအရေးကြီးပေသည်။ဂျီသြမေတြီဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာများကို ဖြေရှင်းခြင်းဖြင့် ထုတ်ယူဆင်ခြင်နည်းကို ကောင်းစွာနားလည်သဘောပေါက်နိုင်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (3.6)

1. ပေးချက် ။ ။ မျဉ်းဖြောင့် AB,CD,PQ,RS တို့ O အမှတ်ဖြတ်ကြပြီး $CD \perp AB$ ဖြစ်၏။

သက်သေပြရန် ။ ။ $b + g + d = a$



ပုံ (3.48)

အောက်ပါ သက်သေပြချက်တွင် လိုအပ်သည်တို့ကို ဖြည့်စွက်ပေးပါ။

သက်သေပြချက် ॥ ॥ $\angle COB = b + c + d$

$CD \perp AB$ ဖြစ်၍ $\angle COB = 90^\circ$

$b + c + d =$ ……………

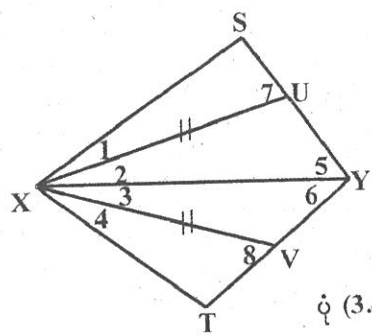
$a =$ ……………

$a = b + c + d$

တစ်ဖန် $g =$ …………… (ထိပ်ဆိုင် $\angle$ များ)

$b + g + d = a$

2.



ပုံ (3.49)

ပေးချက် ॥ ॥ (1) $XU = XV$

(2) $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4$

ပြရန် ॥ ॥ $\angle 5 = \angle 6$

$\angle 7 = \angle 8$

ပြချက် ॥ ॥ ΔXUY နှင့် ΔXVY တို့တွင်

$XU =$ …………

$\angle 2 =$ …………

$XY =$ ဘုံအနား

$\Delta XUY \cong \Delta XVY$ (SAS)

$\angle 5 = \angle 6$

ထို့အခါ ΔXUY နှင့် ΔXVY တို့မှ အပြင်ထောင့်များကို စဉ်းစားသော်

$\angle 7 = \angle 2 +$ ....

$\angle 8 = \angle 6 +$ ....

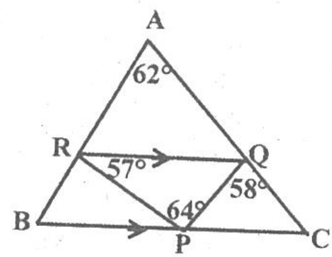
သို့ရာတွင် $\angle 2 +$ .... $= \angle 6 +$ ....

$\angle 7 = \angle 8$

3. ပုံပါပေးထားချက်များကို အသုံးပြု၍

(a) $AR > PR > QC$

(b) $BP > PQ$ ဖြစ်ကြောင်း သက်သေပြပါ။



ပုံ (3.50)

ပြချက် (a) ။ ။ ကွက်လပ်များကိုဖြည့်ပါ။

$\angle QPC = 180^\circ - (\ ......\ ) = 59^\circ$

$\angle C = 180^\circ - (\ ......\ ) = 63^\circ$

ထို့အခါ

$\angle AQR = \angle$ ...... $= 63^\circ$

$\angle ARQ =$ ......

$\angle AQR > \angle$ ......

$AR > RQ$

တစ်ဖန် $\angle RPQ >$ ......

.... $> PR$

တစ်ဖန် $\angle PQR > \angle PRQ$ ......

$PR >$ ....

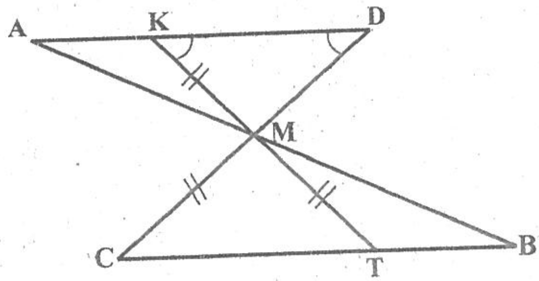
တစ်ဖန် $\angle$ .... $> \angle$ ......

$PQ > QC$

$AR > RQ > PR > PQ > QC$

$AR > PR > QC$

(b) ကိုဆက်လက်၍သက်သေပြပါ။



ပုံ (3.51)

4. ပေးချက် ။ ။ (1) $\angle D = \angle DKM$

(2) KM = CM = MT

ပြရန် ။ ။ AD = BC

ပြချက် ။ ။ ပေးချက် (1) အရ

KM = …………

ထို့အခါ $\triangle KMD$ နှင့် $\triangle TMC$ တို့တွင်

………… = …………

………… = …………

…………≅ …………

$\triangle KMD \cong \triangle TMC$ (SAS)

$\angle D = \angle C$

$\triangle DMA$ နှင့် $\triangle CMB$ တို့တွင်

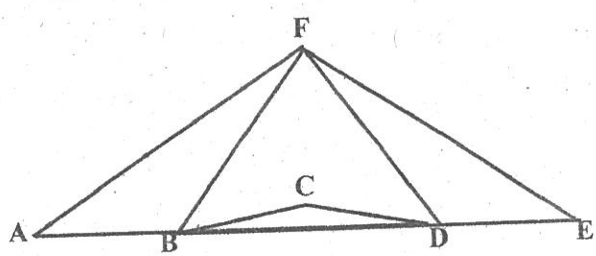
…………= …………

…………= …………

…………= …………

$\triangle DMA \cong \triangle CMB$ (ASA)

AD = BC



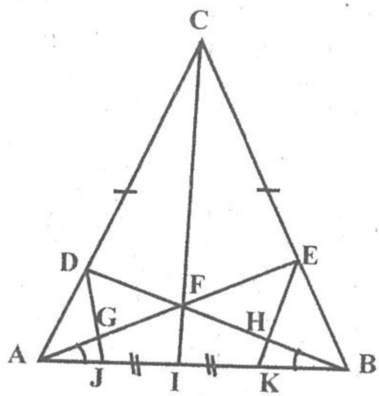
ပုံ (3.52)

5. ပေးချက် ။ ။ (1) AF = EF

(2) AC = EC

(3) $\angle AFB = \angle EFD$

ပြရန် ။ ။ ΔBDF သည်နှစ်နားညီတြိဂံတစ်ခု
(အရိပ်အခြွက်၊မည်သည့်အကူမျဉ်းကိုဆက်သွယ်ပေးခြင်းဖြင့်
$\Delta ACF \cong \Delta EFC$ ကိုရမည်နည်း။)



ပုံ (3.53)

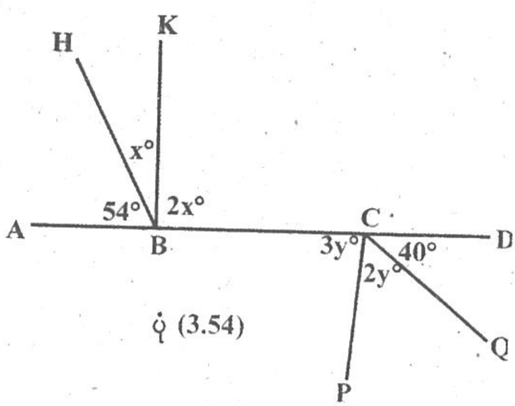
6. ပေးချက် ။ ။ (1) $\angle BAE = \angle ABD$

(2) $AC = BC$

(3) $IJ = IK$

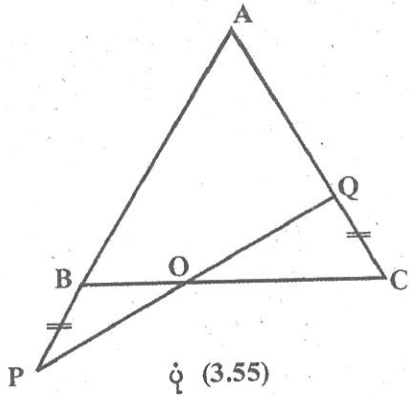
ပြရန် ။ ။ (a) $GJ = HK$

(b) $GF = HF$



ပုံ (3.54)

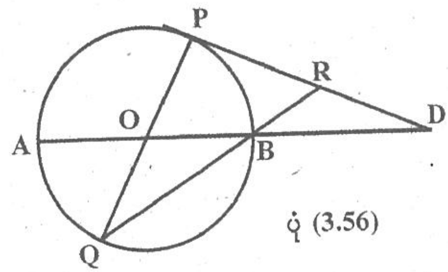
7. ပုံပါ ပေးထားချက်များအရ $BK \parallel CP$ ဖြစ်ကြောင်းပြပါ။



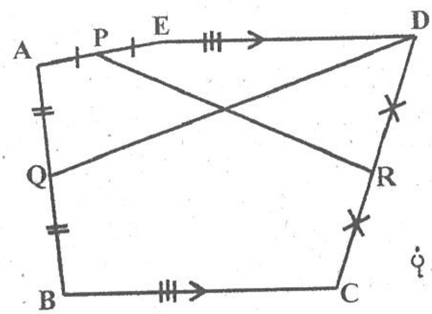
ပုံ (3.55)

8. ပေးချက် ။ ။ (1) ΔABC တွင် $AB = AC$ နှင့် (2) $BP = CQ$
$PO = OQ$ ဖြစ်ကြောင်းပြပါဟု ဆိုလျှင်မည်သည့် အကူမျဉ်းကိုဖြည့်စွက်ပေးရ မည်နည်း။

9. ပေးချက် ။ ။ (1) O သည် စက်ဝိုင်း၏ဗဟို
(2) $AB = BD$
ပြရန် ။ ။ (a) $PR = RD$
(AP ကို ဆက်သွယ်ပါ။)



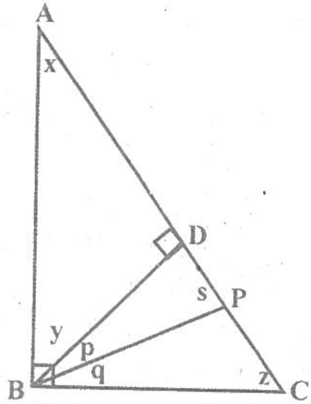
ပုံ (3.56)



ပုံ (3.57)

10. ပေးချက် ။ ။ (1) $ED = BC$ & $ED \parallel BC$
(2) P , Q , R တို့သည် AE , AB , CD တို့၏ အလယ်မှတ်များ
ပြရန် ။ ။ QD နှင့် PR တို့ တစ်ခုကိုတစ်ခု ထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်ကြောင်း။

11. ဂျီသြမေတြီ ဉာဏ်စမ်းများတွင် အကူမျဉ်းများ လိုအပ်သကဲ့သို့ အချို့သော ပုစ္ဆာများတွင် "အကူအက္ခရာ"များလည်းလိုအပ်သည်။ ထို့အတူအက္ခရာများဖြင့် လိုရင်းအဖြေကို ပိုမိုလွယ်ကူစွာ ဖြေရှင်းယူနိုင်သည်ကို တွေ့နိုင်သည်။



ပုံ (3.58)

(a) ပေးချက် ။ ။ (1) ΔABC တွင် $\angle B = 90^\circ$

(2) $BD \perp AC$

(3) $AB = AP$

ပြရန် ။ ။ BP သည် $\angle DBC$ ကို ထက်ဝက်ပိုင်းကြောင်း

ပြချက် ။ ။ ထောင့်များကို ပုံတွင်ပြထားသည့်အတိုင်း ယူပါ။

$q + z =$ ....

$p + y =$ .... ($AP = AB$)

$p + y =$ .... (1)

တစ်ဖန် $y + x = 90^\circ$ $x +$ ....$= 90^\circ$

$z = y$

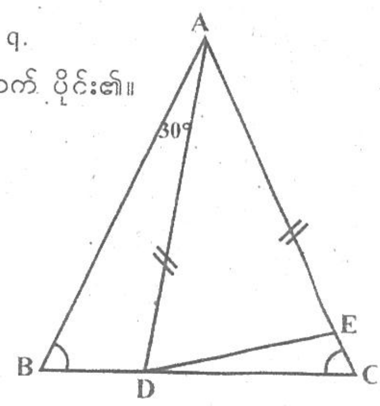
(1)တွင်အစားသွင်းသော် $p = q$.

BP သည် $\angle DBC$ ကို ထက်ဝက် ပိုင်း၏။

(b) ΔABC တွင် $AB = AC$ ဖြစ်၍

$\angle BAD = 30^\circ$, $AD = AE$ ဖြစ်နေလျှင်

$\angle EDC = \frac{1}{2}\angle BAD$ ဖြစ်ကြောင်းပြပါ။



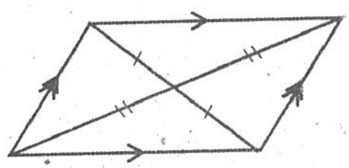
ပုံ (3.59)

(အရိပ်အမြွက် $\angle DAE = x$, $\angle EDC = y$ ဟုထား၍ $\angle DEA$ နှင့် $\angle BCA$ တို့ကို x ဖြင့်ပြ၍ တွက်ပါ။ x ကျေသွားလိမ့်မည်။)

3.6 လိုအပ်သော သတ်မှတ်ချက်နှင့် လုံလောက်သော သတ်မှတ်ချက်များ (NECESSARY AND SUFFICIENT CONDITIONS)

ရွမ်းဗတ်ပုံတစ်ခုကိုဆွဲလျှင် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်း တစ်ခုကိုတစ်ခု ထက်ဝက် ပိုင်းနေလိမ့်မည်။ ဤသည်မှာ ရွမ်းဗတ်ပုံ၏ဂုဏ်သတ္တိတစ်ခုဖြစ်သည်။ အကယ်၍ထောင့်ဖြတ် မျဉ်းနှစ်ကြောင်း တစ်ခုကိုတစ်ခု ထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်မနေလျှင် ထိုပုံသည် ရွမ်းဗတ်ပုံ မဟုတ်တော့ပေ။ ထိုထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများ တစ်ခုကိုတစ်ခု ထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်ခြင်းဂုဏ်သတ္တိ ကို ရွမ်းဗတ်ပုံတစ်ခုဖြစ်ရန် လိုအပ်သောသတ်မှတ်ချက်ဟုခေါ်သည်။ ထိုနည်းတူ စတုရန်းပုံ တစ်ခုဖြစ်ရန် လိုအပ်သော သတ်မှတ်ချက်မှာ ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်း တူညီရမည်။ သီးသန့် စတုဂံတို့၏ အရေးကြီးသည့် လိုအပ်သော သတ်မှတ်ချက်များကို အောက်တွင်ဖော်ပြထားပါသည်။

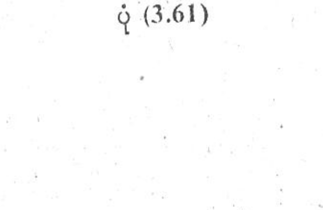
(a) အနားပြိုင်စတုဂံ



ပုံ **(3.60)**

(i) မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားများပြိုင်၏။
(ii) မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားများထပ်တူညီ၏။
(iii) မျက်နှာချင်းဆိုင်ထောင့်များထပ်တူညီ၏။
(iv) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများ တစ်ခုကိုတစ်ခု ထက်ဝက်ဖြတ်၏။

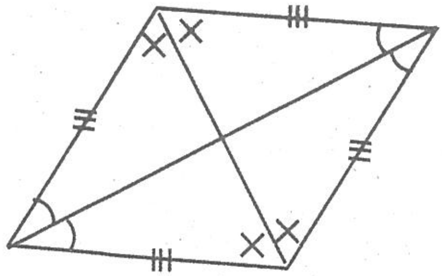
(b) ထောင့်မှန်စတုဂံ



ပုံ **(3.61)**

(i) မှ (iv) အားလုံး
(v) ထောင့်အားလုံးထောင့်မှန်ဖြစ်၏။
(vi) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်းထပ်တူညီ၏။

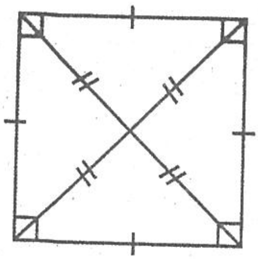
(c) ရှမ်းဗတ်



ပုံ (3.62)

(i) မှ (vi) အားလုံး
(vii) အနားအားလုံးထပ်တူညီ၏။
(viii) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း တစ်ခုကိုတစ်ခု ထောင့်မှန်ကျ၏။
(ix) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများသည် အတွင်းထောင့်များကို ထက်ဝက်ပိုင်း၏။

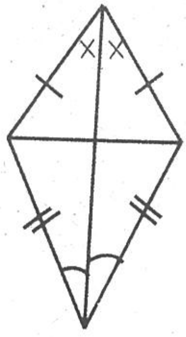
(d) စတုရန်း



ပုံ (3.63)

(i) မှ (ix) အားလုံး (တစ်နည်းအားဖြင့် ထောင့်မှန်စတုဂံ နှင့် ရှမ်းဗတ်ပုံဖြစ်ရန် လိုအပ်သော သတ်မှတ်ချက်အားလုံး)

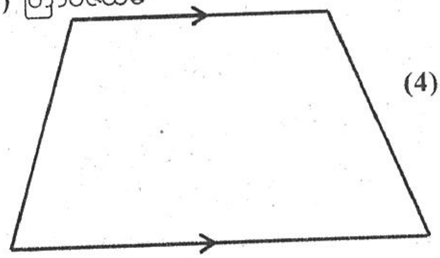
(e) စွန်ပုံ



ပုံ (3.64)

(1) အနားနှစ်စုံတူညီ၏။
(2) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းတစ်ခုသည် ကျန်တစ်ခုကို ထောင့်မှန်ကျလျက် ထက်ဝက်ပိုင်း၏။
(3) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းတစ်ခုသည် မျက်နှစ်ချင်းဆိုင် အတွင်းထောင့်တစ်စုံကို ထက်ဝက်ပိုင်း၏။

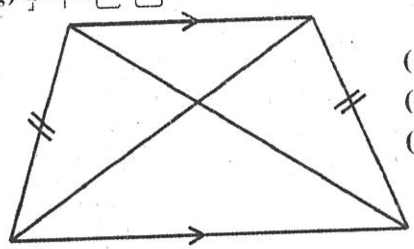
(f) တြာပီဇီယမ်



(4) အနားတစ်စုံပြိုင်၏။

ပုံ (3.65)

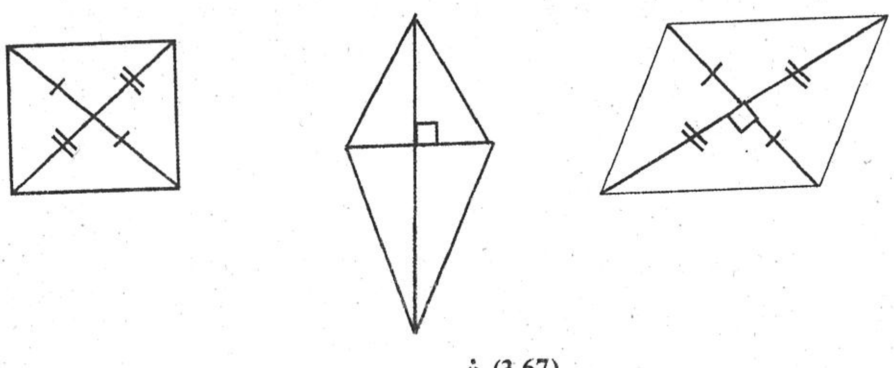
(g) နှစ်နားညီ တြာပီဇီယမ်



(5) အနားတစ်စုံပြိုင်၏။
(6) မပြိုင်သော အနားတစ်စုံထပ်တူညီ၏။
(7) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်းထပ်တူညီ၏။

ပုံ (3.66)

ရွမ်းဗတ်ပုံတစ်ခုအတွက် လိုအပ်သော သတ်မှတ်ချက်မှာ ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများ တစ်ခုကိုတစ်ခု ထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်ရမည် ဆိုသည်ကို အထက်တွင်ဖော်ပြခဲ့ပြီ။ သို့ရာတွင် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်း ထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်သည် ဟူသောအချက်ကိုသာသိရပြီး ထိုစတုဂံနှင့်ပက်သက်ပြီး နောက်ထပ်မည်သည့် အချက်ကိုမှ မသိရလျှင် ထိုစတုဂံသည် ရွမ်းဗတ်ပုံဖြစ်မည်ဟု တထစ်ချ မဆိုနိုင်ချေ။ထိုစတုဂံသည်အနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခုဖြစ်ကောင်းဖြစ်နိုင်သည်။ထို့ကြောင့် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများ တစ်ခုကိုတစ်ခု ထက်ဝက် ပိုင်းသည်ဟူသော အချက်သည် ရွမ်းဗတ်တစ်ခုဖြစ်ရန်



ပုံ (3.67)

လုံလောက်သော သတ်မှတ်ချက် မဟုတ်ပေ။ ထို့နည်းတူ ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ခု တစ်ခုကိုတစ်ခု ထောင့်မှန်ကျသည်ဟူသော အချက်သည်လည်း ရွမ်းဗတ်တစ်ခုဖြစ်ရန် လုံလောက်သော သတ်မှတ်ချက် မဟုတ်ပေ။ သို့ရာတွင် အထက်ပါ အချက်နှစ်ချက်ကို ပေါင်းစပ်လိုက်လျှင်မူ ရွမ်းဗတ်တစ်ခု ဖြစ်ရန်အတွက် လုံလောက်သော သတ်မှတ်ချက်ကိုရသည်။ ထို့ကြောင့် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်း တစ်ခုကိုတစ်ခု ထောင့်မှန်ကျလျက် ထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်လျှင် ထိုစတုဂံသည် ရွမ်းဗတ်တစ်ခုဖြစ်သည်။ အောက်တွင် သီးသန့်စတုဂံများ အတွက် လုံလောက်သော သတ်မှတ်ချက်များကို ဖော်ပြထားသည်။

(a) အနားပြိုင်စတုဂံ
- (i) မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားများ ပြိုင်၏။
- (ii) မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားများ ထပ်တူညီ၏။
- (iii) မျက်နှာချင်းဆိုင်ထောင့်များ ထပ်တူညီ၏။
- (iv) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများ တစ်ခုကိုတစ်ခု ထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်၏။
- (v) မျက်နှာချင်းဆိုင် အနားတစ်စုံ ထပ်တူညီ၍ ပြိုင်၏။

(b) ထောင့်မှန်စတုဂံ
- (i) ထောင့်အားလုံးထောင့်မှန်ဖြစ်၏။
- (ii) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်းထပ်တူညီပြီး တစ်ခုကိုတစ်ခု ထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်၏။
- (iii) ထောင့်တစ်ထောင့် 90° ရှိသော အနားပြိုင်စတုဂံဖြစ်၏။

(c) ရွမ်းဗတ်
- (i) အနားအားလုံးထပ်တူညီ၏။
- (ii) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများ တစ်ခုကိုတစ်ခု ထောင့်မှန်ကျလျက် ထက်ဝက်ပိုင်း၏။
- (iii) နီးစပ်အနားတစ်စုံ ထပ်တူညီသော အနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခုဖြစ်၏။

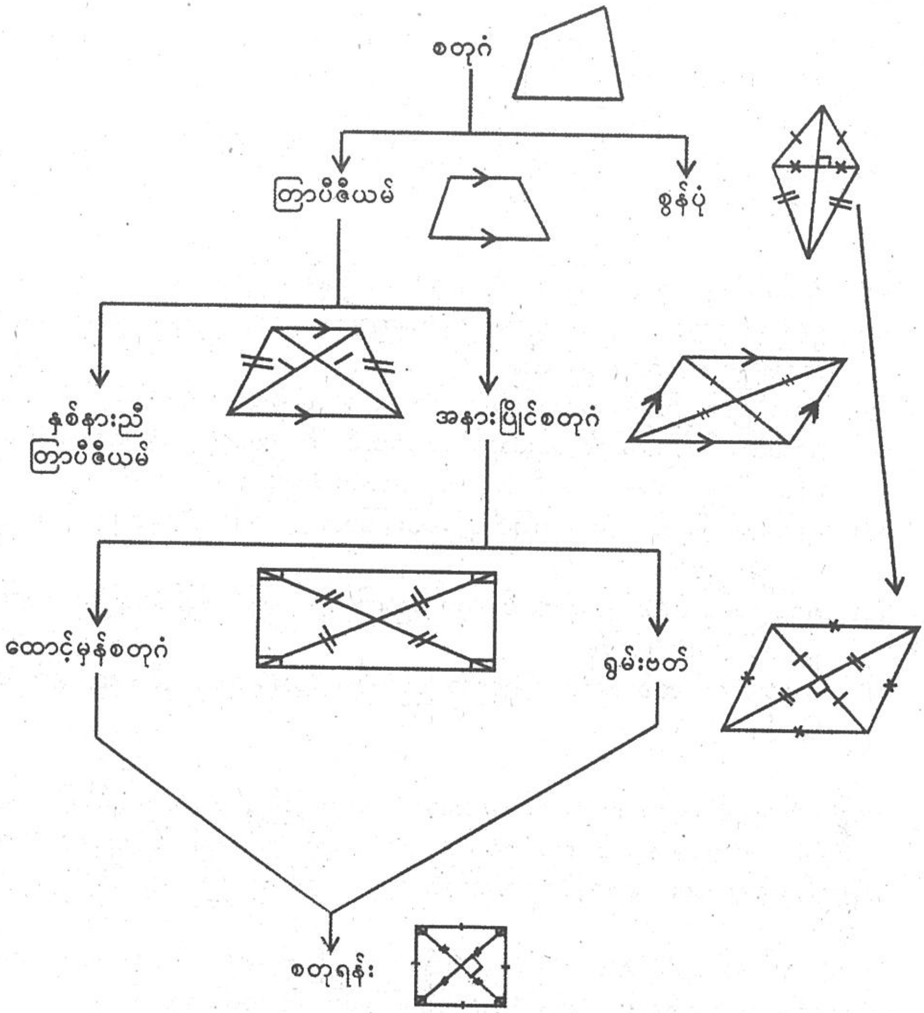
(d) စတုရန်း
(ထောင့်မှန်စတုဂံနှင့် ရွက်ဗက်ဖြစ်ရန် လိုအပ်သော လုံလောက်သော သတ်မှတ်ချက် နှစ်ခုပေါင်း)
- (i) အနားအားလုံးထပ်တူညီပြီး ထောင့်အားလုံးထောင့်မှန်ဖြစ်၏။
- (ii) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်း ထပ်တူညီပြီး တစ်ခုကိုတစ်ခု ထောင့်မှန်ကျလျက် ထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်၏။
- (iii) ထောင့်တစ်ထောင့် 90° ရှိပြီး နီးစပ်အနားတစ်စုံ ထပ်တူညီသော အနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခု ဖြစ်၏။

လေ့ကျင့်ခန်း (3.7)

1. အောက်ပါကွက်လပ်များကို ဖြည့်ပါ။
   (a) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်း တစ်ခုကိုတစ်ခု ထက်ဝက် ပိုင်းဖြတ်သော စတုဂံသည် .... ဖြစ်၏။
   (b) အနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခုတွင် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်း ထပ်တူညီနေလျှင် ၎င်းသည် .... ဖြစ်၏။
   (c) စွန်ပုံတစ်ခုတွင် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်း တစ်ခုကိုတစ်ခု ထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်နေလျှင် ၎င်းသည် .... ဖြစ်၏။
   (d) အနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခုတွင် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းသည် မျက်နှာချင်းဆိုင်ထောင့် တစ်စုံကို ထက်ဝက်ပိုင်းခဲ့လျှင် ထိုစတုဂံသည် .... ဖြစ်၏။
   (e) အနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခုတွင် ထောင့်ကျယ်တစ်ခုမှမပါလျှင် ထိုစတုဂံသည် .... ဖြစ်၏။

2. အောက်ပါ သတ်မှတ်ချက်အသီးသီးသည် အနားပြိုင်စတုဂံ၊ ထောင့်မှန်စတုဂံ၊ ရွှတ်ဗတ်၊ စတုရန်းစသည့်တို့အနက် မည့်သည့်စတုဂံဖြစ်ရန် လုံလောက်သော သတ်မှတ်ချက်များဖြစ်သည်ကိုဖြေဆိုပါ။
   (a) အနားနှစ်စုံပြိုင်လျှင်
   (b) ထောင့်သုံးခုသည် ထောင့်မှန်များ ဖြစ်နေလျှင်
   (c) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်း တစ်ခုကိုတစ်ခု ထောင့်မှန်ကျ ထက်ဝက် ပိုင်းဖြတ် နေလျှင်
   (d) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်း ထပ်တူညီ၍ တစ်ခုကိုတစ်ခု ထောင့်မှန်ကျလျက် ထက်ဝက် ပိုင်းဖြတ်နေလျှင်

3. စတုဂံအမျိုးမျိုးတို့၏ ဂုဏ်သတ္တိများနှင့် ယင်းတို့အချင်းချင်း ဆက်နွယ်နေပုံကို အောက်ပါ စီးကြောင်းပြပုံဖြင့် မှတ်သားနိုင်သည်။



ပုံ (3.68)

အောက်ပါကွက်လပ်များတွင် ပေးထားသောစကားလုံးများမှ ရွေးချယ်နိုင်သလောက် ရွေးချယ်၍ ပေးထားသော စာကြောင်းတစ်ကြောင်းစီကို အဆိုမှန်များဖြစ်အောင် ဖြည့်စွက်ပေးပါ။

(a) တြာပီဇီယမ်
(b) ရွမ်းဗတ်
(c) နှစ်နားညီ တြာပီဇီယမ်
(d) ထောင့်မှန်စတုဂံ
(e) စွန်ပုံ
(f) အနားပြိုင်စတုဂံ
(g) စတုရန်း

(i) စတုရန်းတစ်ခုသည် .... အနွယ်ဝင်ဖြစ်၏။
(ii) .... တိုင်းသည် စွန်ပုံဖြစ်၏။

(iii) စတုဂံတစ်ခုသည် ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခုဖြစ်လျှင် .... ၎င်းသည် ဖြစ်၏။
(iv) မည်သည့် .... မှအနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခုမဟုတ်ချေ။
(v) ထောင့်တစ်ထောင့် ထောင့်မှန်ပါသော .... သည် ထောင့်မှန်စတုဂံဖြစ်၏။
(vi) .... တစ်ခုသည် အနားပြိုင်စတုဂံဖြစ်၏။
(vii) စတုဂံတစ်ခုတွင် မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားနှစ်စုံ တူညီနေလျှင် ယင်းသည် .... တစ်ခု ဖြစ်၏။

4. အောက်ပါအဆိုများကို မှား/မှန် (အကြိုးအကြောင်း ဖော်ပြ၍) ဖြေဆိုပါ။
(a) စွန်ပုံတစ်ခုတွင် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်း ထပ်တူညီနေလျှင် ယင်းသည် အနားပြိုင် စတုဂံတစ်ခုဖြစ်၏။
(b) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ခု ထောင့်မှန်ကျသော စတုဂံသည် စွန်ပုံဖြစ်၏။
(c) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းသည် စတုဂံတစ်ခုကို ထပ်တူညီ တြိဂံနှစ်ခုဖြစ်အောင် ပိုင်းဖြတ်လျှင် ထိုစတုဂံသည် အနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခုဖြစ်၏။
(d) ရွမ်းဗတ်တစ်ခု၏ ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်း ထပ်တူညီနေလျှင် ယင်းသည် စတုရန်း ဖြစ်၏။
(e) စတုဂံတစ်ခုသည် အနားပြိုင်စတုဂံလည်းဖြစ်၍ စွန်ပုံပါဖြစ်နေလျှင် ယင်းသည် ရွမ်းဗတ် တစ်ခု ဖြစ်၏။
(f) အနားတစ်စုံ ထပ်တူညီလျက်ရှိသော တြာပီဇီယမ်တစ်ခုသည် နှစ်နားညီ တြာပီဇီယမ် ဖြစ်၏။

5. စတုဂံတစ်ခုတွင် မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားတစ်စုံ ထပ်တူညီပြီး မျက်နှာချင်းဆိုင် ထောင့်တစ်စုံပါ ထပ်တူညီနေလျှင် ထိုစတုဂံသည် အနားပြိုင်စတုဂံ ဖြစ်သည်ဟူသော အဆိုကို မှန်လျှင် မှန်ကြောင်း ၊ မှားလျှင် မှားကြောင်း အထောက်အထားဖြင့် ဖြေဆိုပါ။

6. စတုဂံ ABCD တွင် AB = CD ဖြစ်၍ ထောင့်ဖြတ် AC = BD ဖြစ်လျက်ရှိလျှင် ယင်းစတုဂံသည် နှစ်နားညီ တြာပီဇီယမ်တစ်ခုဖြစ်ကြောင်း သက်သေပြပါ။

7. စတုဂံတစ်ခုကို စတုရန်းတစ်ခုဖြစ်ကြောင်း ပြနိုင်သည့် နည်းများကို ဖော်ပြ၍ အောက်ပါ ဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာကို ဖြေရှင်းပါ။

ရွမ်းဗတ်တစ်ခု၏ အနားများပေါ်တွင် စတုရန်းများကို ရွမ်းဗတ်၏ ပြင်ပ၌ ကျအောင် ဆွဲထားလျှင် ယင်းစတုရန်းတို့၏ ဗဟိုများ (ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများ ဖြတ်မှတ်) သည်လည်း စတုရန်းတစ်ခုခု၏ ထိပ်စွန်းမှတ်များ ဖြစ်လျက်ရှိကြောင်း သက်သေပြပါ။

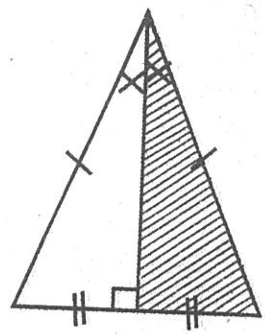
8. ဂျီသြမေတြီပညာ၏ ထူးခြားချက်မှာ မိမိလေ့လာနေသည့် အကြောင်းအရာတစ်ခုကို ရှုထောင့်အမျိုးမျိုးမှ ချဉ်းကပ်လေ့လာနိုင်ခြင်းပင်ဖြစ်သည်။ အထက်တွင်လေ့လာမှတ်သား ခဲ့သော စတုဂံအမျိုးမျိုးတို့၏ ဂုဏ်သတ္တိများကို ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခု၏ အကူအညီဖြင့် လည်းအောက်ပါအတိုင်း လေ့လာနိုင်သေးသည်။

(a) နှစ်နားညီတြိဂံတစ်ခုကို ထပ်တူညီ ထောင့်မှန်တြိဂံနှစ်ခု ကျောချင်းကပ်၍ ပေါင်းစပ်ထားသော ပုံအဖြစ် ယူဆနိုင်သည်။ ထိုအခါ နှစ်နားညီ တြိဂံတစ်ခု၏ အောက်ပါဂုဏ်သတ္တိများကို အလွယ်တကူ ရယူနိုင်မည်။

(i) အနားနှစ်ဖက် ထပ်တူညီ၏။

(ii) ထောင့်နှစ်ထောင့် ထပ်တူညီ၏။

(iii) အထွတ်မှ မူလအနားပေါ်သို့ ဆွဲသော အမြင့်မျဉ်းသည် အထွတ်ထောင့်နှင့်မူလ အနားတို့ကို ထက်ဝက်ပိုင်း၏။



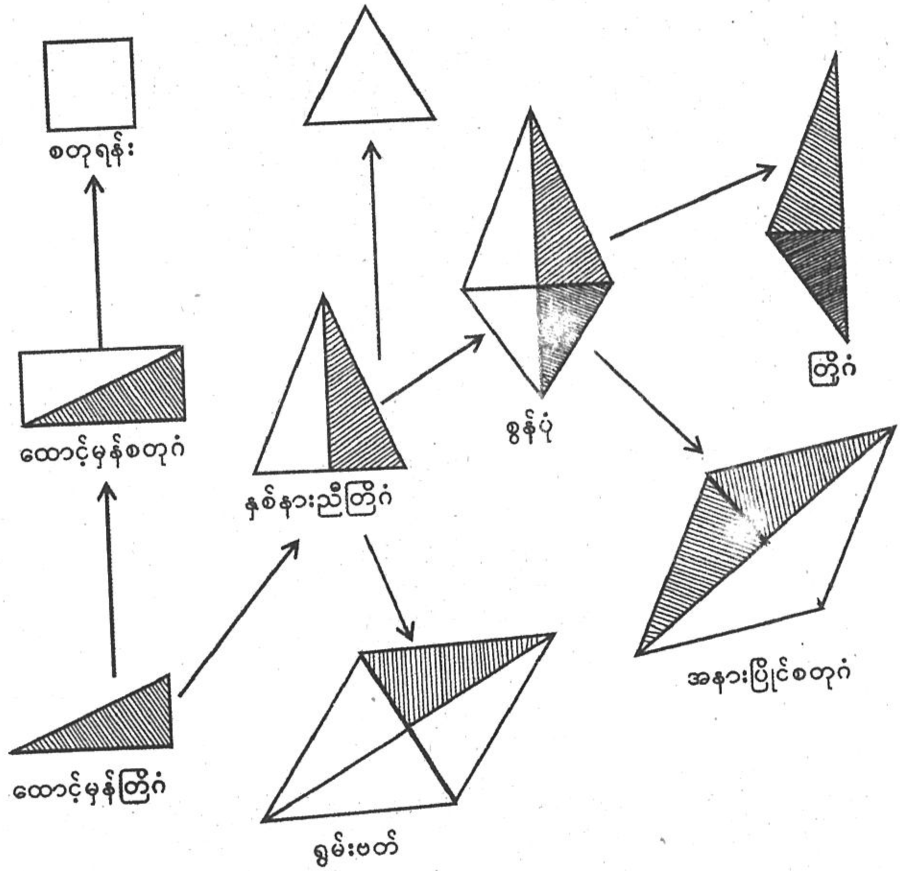
ပုံ (3.69)

(b) ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခုကို ထပ်တူညီ ထောင့်မှန်တြိဂံနှစ်ခုဖြင့် မည်ကဲ့သို့ ပေါင်းစပ်နိုင်ကြောင်း ပြပါ။

(c) ရွှမ်းဗတ်တစ်ခုကို ထပ်တူညီထောင့်မှန်တြိဂံ အရေအတွက် မည်မျှဖြင့်ပေါင်းစပ်ဖော်ပြနိုင် သနည်း။

(d) စွန်ပုံတစ်ခုကို ထောင့်မှန်တြိဂံများဖြင့် မည်ကဲ့သို့ ဖော်ပြနိုင်မည်နည်း။

(e) တြိဂံအမျိုးမျိုးနှင့် စတုဂံအမျိုးမျိုးတို့၏ ဆက်သွယ်ချက်များကို အောက်ပါပုံများဖြင့် ဖော်ပြနိုင်ပေသည်။



ပုံ (3.70)

ဤပုံများမှ သက်ဆိုင်ရာ ဂုဏ်သတ္တိများကို ရေးပါ။

3.7 သွယ်ဝိုက်သက်သေပြနည်း (**Indirect Proof**)

ဂျီသြမေတြီပညာရပ်တွင် တွေ့ရသော သက်သေပြနည်းများကို နှစ်မျိုး ခွဲခြားနိုင်သည်။ တစ်မျိုးမှာသိရှိပြီးဖြစ်သော အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်များ၊ ပေါ်စတျူလိတ်များ၊ သီအိုရမ်များ၊ ပေးထားချက်များကို အသုံးပြု၍ သက်သေပြလိုသော အချက်ရရှိအောင် တစ်ဆင့်ပြီးတစ်ဆင့် ကျိုးကြောင်းဆက်စပ်၍ သက်သေပြယူနည်းဖြစ်သည်။ ရှေ့တွင် တွေ့ခဲ့ပြီးသော သက်သေပြချက်များသည် ထိုသို့သော သက်သေပြချက်မျိုးများ ဖြစ်သည်။ ထိုသက်သေပြချက်များတွင် ပြလိုသောအချက်ကို တိုက်ရိုက်ရရှိအောင် ပြုလုပ်ခြင်းဖြစ်သဖြင့် ယင်းတို့ကို တိုက်ရိုက်သက်သေပြချက်များ (**Direct Proofs**) ဟုခေါ်သည်။

အခြားသက်သေပြနည်းတစ်မျိုးမှာ သွယ်ဝိုက်သက်သေပြနည်းဖြစ်သည်။ သွယ်ဝိုက်သက်သေပြနည်းတွင် သက်သေပြလိုသော အဆိုသည် မှားသည်ဟု ယူဆလိုက်ရသည်။

ထို့နောက် ထိုယူဆချက်ကို သိရှိပြီး ပေါ်စကျူလိတ်များ၊ သီအိုရမ်များ၊ အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်များ၊ ပေးထားချက်များနှင့် ပေါင်းစပ်လျက် မှန်ကန်စွာ ကျိုးကြောင်းဆက်စပ် စဉ်းစားခြင်းဖြင့် သိပြီးသား မှန်ကန်ချက်တစ်ခုတစ်ခု သို့မဟုတ် ပေးထားချက်တစ်ခုခုနှင့် ဆန့်ကျင်သော အဆိုတစ်ခုရအောင် ထုတ်ယူရသည်။ ထိုသို့ဆန့်ကျင်သော အဆိုတစ်ခုရလျှင် ထိုသို့ရရခြင်းမှာ (သက်သေပြလိုသော အဆိုသည် မှားသည်ဟူသော) ကျွန်ုပ်တို့၏ အစဦး လက်ခံယူဆချက်ကြောင့်ပင် ဖြစ်သည်။ အဘယ်ကြောင့်ဆိုသော် ထိုလက်ခံယူဆချက်များမှအပ ကျွန်ုပ်တို့ အသုံးပြုထားသော အဆိုအားလုံးသည် မှန်ကန်သည့် အဆိုများဖြစ်သည့်အပြင် ကျွန်ုပ်တို့၏ ကျိုးကြောင်းဆက်စပ် စဉ်းစားခဲ့သည့် နည်းမှာလည်း မှန်ကန်သောကြောင့်ဖြစ်ပေသည်။

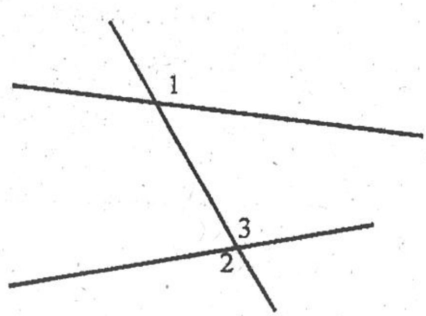
ထို့ကြောင့် ကျွန်ုပ်တို့၏အစဦးလက်ခံယူဆထားချက်များသည် မှားရမည်ဖြစ်သည်။ တစ်နည်းအားဖြင့် သက်သေပြလိုသော အချက်သည်မှန်ရမည်။ ဤသို့ဖြင့် ကျွန်ုပ်တို့၏ ပြလိုသော အချက်ကိုရရှိလေသည်။

အချုပ်အားဖြင့်ဆိုရလျှင်ဤသက်သေပြနည်းမျိုးတွင်"ပြလိုသောအဆိုသည်မှန်သည်" ဟု တိုက်ရိုက်မပြဘဲ "ပြလိုသောအဆို မှားသည် ဆိုခြင်းမှာ မဖြစ်နိုင်" ဟူသော ပုံစံမျိုးဖြင့် သက်သေပြခြင်းဖြစ်သည်။ထို့ကြောင့်လည်း ထိုသက်သေပြချက်မျိုးကို သွယ်ဝိုက်သက်သေပြခြင်း ဟုဆိုခြင်းဖြစ်သည်။ သွယ်ဝိုက်သက်သေပြနည်းကို ပိုမိုသဘော ပေါက်စေရန်လွယ်ကူသော အောက်ပါဉပမာအချို့ကို လေ့လာကြစို့။

ဥပမာ (1)

ပေးထားချက် ။	။ $\angle A \neq \angle B$
သက်သေပြရန် ။	။ $\angle A$ နှင့် $\angle B$ တို့သည် ထောင့်မှန်များ မဖြစ်ကြောင်း။
သက်သေပြချက် ။	။ $\angle A$ နှင့် $\angle B$ သည်ထောင့်မှန်များဖြစ်သည် ဆိုပါစို့။ (*) ထောင့်မှန်အားလုံးသည် ထပ်တူညီကြသည်။ ထို့ကြောင့် $\angle A = \angle B$ ဖြစ်သည်။ ဤအချက်သည် ပေးထားချက်ကို ဆန့်ကျင်သည်။ ထို့ကြောင့် ယူဆထားချက် (*) သည် မှားသည်။ ထို့ကြောင့် $\angle A$ နှင့် $\angle B$ တို့သည် ထောင့်မှန်များ မဟုတ်ကြပေ။ ထို့ကြောင့် သက်သေပြချက် ပြီး၏။

ဥပမာ (2)



ပုံ (3.71)

ပေးထားချက် ။ ။ $\angle 1 \neq \angle 2$
သက်သေပြရန် ။ ။ $\angle 1 \neq \angle 3$
သက်သေပြချက် ။ ။ $\angle 1 = \angle 3$ ဟု ယူဆပါ။ (*)

$\angle 3 = \angle 2$ (ထိပ်ဆိုင်ထောင့်များ)

ထို့ကြောင့် $\angle 1 = \angle 2$

ဤအချက်သည် ပေးထားချက်များကို ဆန့်ကျင်သည်။

ထို့ကြောင့် ယူဆချက်သည် (*) မှားသည်။

ထို့ကြောင့် $\angle 1 \neq \angle 3$

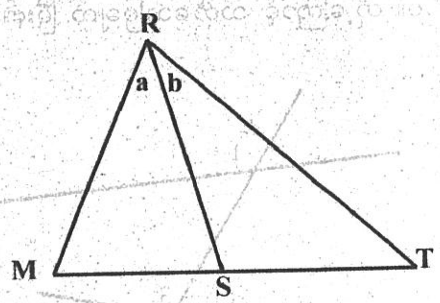
ထို့ကြောင့် သက်သေပြချက်ပြီး၏။

အထက်ပါဥပမာများတွင်သွယ်ဝိုက်သက်သေပြနည်း၏သဘောသဘာဝများကိုတွေ့မြင်နိုင်ပေသည်။

သွယ်ဝိုက်သက်သေပြချက် တစ်ခုတွင် ပါဝင်သည့် အဆင့်များကို အောက်ပါအတိုင်း မှတ်သား နိုင်သည်။

(1) သက်သေပြလိုသော အချက်သည် မှားသည်ဟု ယူဆပါ။
(2) ထိုယူဆချက်မှ သိပြီးသား မှန်ကန်ချက်တစ်ခုကို ဆန့်ကျင်နေသော အချက်တစ်ခု ရရှိလာအောင် မှန်ကန်စွာ ကျိုးကြောင်းဆက်စပ် ဆင်ခြင်ပါ။
(3) အဆင့် (2) တွင် တွေ့ရသော ဆန့်ကျင်ချက်အရ အဆင့် (1) တွင်လက်ခံထားသော အချက်သည် မှားကြောင်းရေးသားပါ။ ဤသို့ဖြင့် သက်သေပြလိုသော အချက် သည် မှန်ကန်ကြောင်း ရရှိသည်။

ဥပမာ (3)
ပေးထားချက် ။ ။ ΔMRT သည်အနားမညီတြိဂံ၊RS သည် $\angle R$ ကိုထက်ဝက်ပိုင်းသည်။
သက်သေပြရန် ။ ။ RS သည် MT ပေါ်တွင် ထောင့်မတ်မကျကြောင်း။



ပုံ (3.72)

သက်သေပြချက် ။ ။ $RS \perp MT$ ဟု ယူဆပါ။ (*)

$\angle RST = \angle RSM = 90^\circ$

$\angle M = 90^\circ - a$, $\angle T = 90^\circ - b$

ပေးချက်အရ $a = b$

$\angle M = \angle T$

$RM = RT$

ဤအချက်သည် MRT သည် အနားမညီတြိဂံဟူသော ပေးထားချက်နှင့် ဆန့်ကျင်သည်။

ဟူဆချက် (*) သည် မှားသည်။

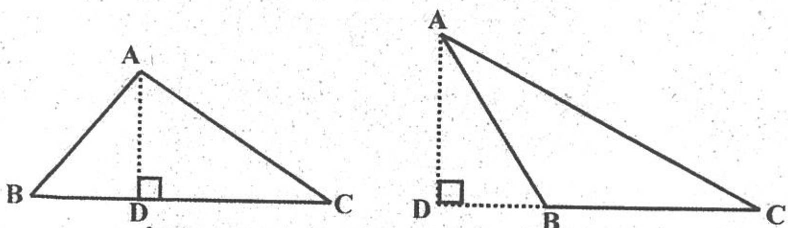
RS သည် MT ပေါ်၌ထောင့်မတ်မကျပါ။

ယခင်ကသိရှိပြီး သီအိုရမ်များကို သက်သေပြရာတွင်လည်း သွယ်ဝိုက် သက်သေပြနည်းကို အသုံးပြုနိုင်သည်။

ပိုက်သာဂိုးရပ်သီအိုရမ်၏ အပြန်အလှန်

ပေးထားချက် ။ ။ ΔABC တွင် $AC^2 = AB^2 + BC^2$

သက်သေပြရန် ။ ။ $\angle B = 90^\circ$ ဖြစ်ကြောင်း။



ပုံ(1) ပုံ(2)

ပုံ (3.73)

သက်သေပြချက် ။ ။ $\angle B \neq 90^\circ$ ဟု ယူဆပါ။ (*)

AB သည် BC ပေါ်၌ ထောင့်မတ်မကျပေ။

$AD \perp BC$ ကို ဆွဲခဲ့လျှင် ပုံ(1)နှင့်(2)အတိုင်း တွေ့ရမည်။

ΔADC တွင် D ၌ထောင့်မှန်ဖြစ်သဖြင့် ပိုက်သာဂိုးရပ် သီအိုရမ်အရ $AC^2 = AD^2 + CD^2$

သို့သော် ပေးချက်အရ $AC^2 = AB^2 + BC^2$

$$\therefore AD^2 + CD^2 = AB^2 + BC^2 = (AD^2 + BD^2) + BC^2$$

$$CD^2 = BD^2 + BC^2$$

$$(BC \pm BD)^2 = BD^2 + BC^2$$

$$BC^2 \pm 2BC.BD + BD^2 = BD^2 + BC^2$$

$$2BC.BD = 0$$

$BC = 0$ (သို့မဟုတ်) $BD = 0$

ဤယူဆချက်များသည် မဖြစ်နိုင်။

ယူဆချက် (*)သည်မှားသည်။

$\therefore \angle B = 90^\circ$ ဖြစ်သည်။

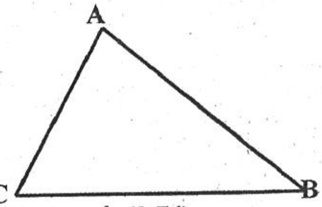
ကျွန်ုပ်တို့သည် အောက်ပါ မှန်ကန်ချက်များကို သိရှိပြီးဖြစ်သည်။

(a) ΔABC တွင် $AB = AC$ ဖြစ်လျှင် $\angle C = \angle B$ ဖြစ်သည်။

(b) ΔABC တွင် $\angle C = \angle B$ ဖြစ်လျှင် $AB = AC$ ဖြစ်သည်။

(c) ΔABC တွင် $AB > AC$ ဖြစ်လျှင် $\angle C > \angle B$ ဖြစ်သည်။

ဤမှန်ကန်ချက်များကိုအသုံးပြု၍ အောက်ပါမှန်ကန်ချက်အသစ်ကို သွယ်ဝိုက်သက်သေ ပြနည်းဖြင့် ပြယူနိုင်သည်။



ပုံ (3.74)

ပေးထားချက် ။ ။ ΔABC တွင် $\angle C > \angle B$

သက်သေပြရန် ။ ။ $AB > AC$ ဖြစ်ကြောင်း။

သက်သေပြချက် ။ ။ $AB \not> AC$ ဟု ယူဆပါ။ (*)

$AB = AC$ (သို့မဟုတ်) $AC > AB$

အကယ်၍ $AB = AC$ ဖြစ်လျှင်

$\angle C = \angle B$ ... ... (1)

အကယ်၍ $AC > AB$ ဖြစ်လျှင်

$\angle B > \angle C$ ... ... (2)

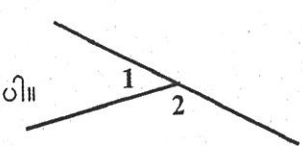
(1) နှင့် (2) တို့သည် $\angle C > \angle B$ ဟူသော ပေးထားချက်ကို ဆန့်ကျင်သည်။

ယူဆချက် (*) မှားသည်။

$AB > AC$ ဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း (3.8)

အောက်ပါတို့ကိုသွယ်ဝိုက်သက်သေပြနည်းသုံး၍သက်သေပြပါ။



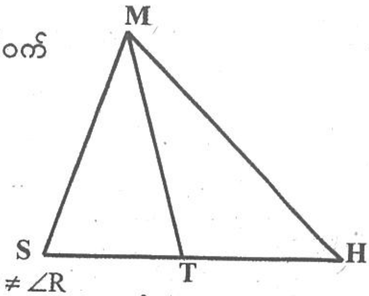
ပုံ (3.75)

1. ပေးထားချက် ။ ။ $\angle 1 \neq \angle 2$

   သက်သေပြရန် ။ ။ $\angle 1 \neq 90^\circ$

2. ပေးထားချက် ။ ။MTသည် $\angle HMS$ ကိုထက်ဝက် ပိုင်းသည်။MTသည်အလယ်မျဉ်း တစ်ကြောင်းမဟုတ်။

သက်သေပြရန် ။ ။ $MS \neq MH$

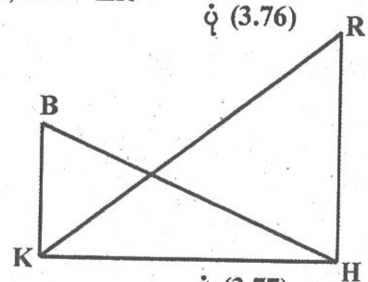


ပုံ (3.76)

3.

ပေးထားချက် ။ ။ $BK \perp KH$, $RH \perp KH$, $\angle B \neq \angle R$

သက်သေပြရန် ။ ။ $RH \neq BK$

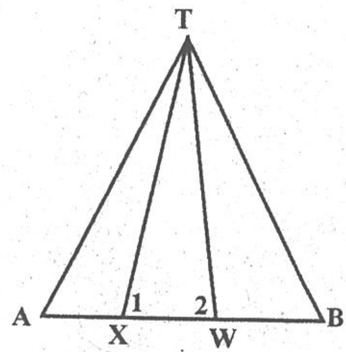


ပုံ (3.77)

4.

ပေးထားချက် ။ ။ $TA = TB$, $\angle 1 \neq \angle 2$

သက်သေပြရန် ။ ။ $AX \neq BW$



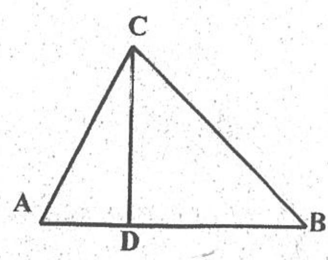
ပုံ (3.78)

5.

ပေးထားချက် ။ ။ ΔABC သည် အနားမညီတြိဂံ

$CD \perp AB$

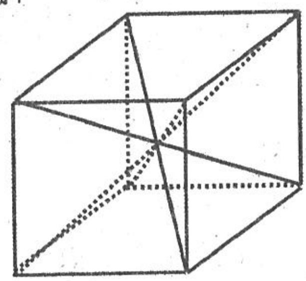
သက်သေပြရန် ။ ။ CD သည် $\angle ACB$ ၏ ထက်ဝက်ပိုင်းမျဉ်းမဟုတ်။



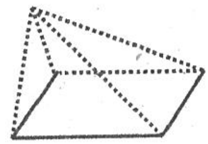
ပုံ (3.79)

အခန်း (4)
ပမာဏသင်္ချာ

4.1 ဒုချွန်မတ် (Pyramid)



ပုံ (4.1)



ပုံ (4.2)

အနားတစ်ဖက်လျှင် $2x$ ယူနစ်စီရှိသော အန်စာတုံးကို ပုံ(4.1) တွင် ပြထားသည့်အတိုင်း ထိပ်စွန်းမှတ်အသီးသီးမှ ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများ ဆွဲသားသော် အရွယ်တူ ဒုချွန်မတ်ခြောက်ခု ဖြစ်ပေါ်လာသည်။ ဒုချွန်မတ်များသည် အန်စာတုံး၏ မျက်နှာပြင် အသီးသီးပေါ်တွင် တည်ရှိကြသဖြင့် ယင်းတို့၏ အောက်ခြေမှာ စတုရန်းပုံဖြစ်သည်ကို ပုံ(4.2)တွင် ပြထားသည့်အတိုင်း တွေ့မြင်နိုင်ပါသည်။

ဒုချွန်မတ်တစ်ခုစီ၏ ထုထည်မှာ V ဖြစ်လျှင် အရွယ်တူ ဒုချွန်မတ်ခြောက်ခုပေါင်း၏ စုစုပေါင်းထုထည်မှာ အန်စာတုံး၏ ထုထည်နှင့်တူသဖြင့် –

$$6V = (2x)^3$$

$$V = \frac{1}{6}(2x)^3$$

$$= \frac{1}{6}(2x)^2\ 2x$$

$$= \frac{1}{3}(2x)^2\ x$$

$$\therefore V = \frac{1}{3}\ (\text{ အောက်ခြေဧရိယာ } \times \text{ အမြင့် })$$

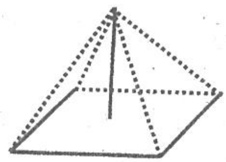
ထို့ကြောင့် မည်သည့် ဒုချွန်မတ်မဆို အောက်ခြေဧရိယာ = A နှင့် အမြင့် = h ဖြစ်လျှင် ယင်း၏ထုထည် = V ကို အောက်ပါအတိုင်းရှာနိုင်သည်။

$$\text{ဒုချွန်မတ်၏ထုထည်} = \frac{1}{3}\ (\text{ အောက်ခြေဧရိယာ } \times \text{ အမြင့် })$$

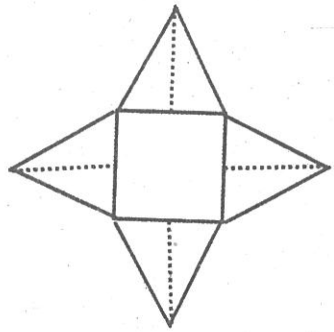
$$V = \frac{1}{3}Ah$$

4.2 ဒုချွန်မတ်အမျိုးမျိုး

4.2.1 စတုရန်း ဒုချွန်မတ် (**Square Pyramid**)



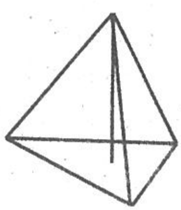
ပုံ (4.3)



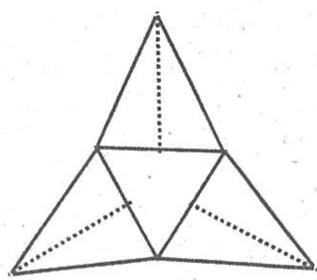
ပုံ (4.4)

ဒုချွန်မတ်၏အောက်ခြေသည် စတုရန်းပုံဖြစ်သောကြောင့် ယင်းကိုစတုရန်း ဒုချွန်မတ် ဟုခေါ်သည်။ဤဒုချွန်မတ်မျိုးတွင်မျက်နှာပြင်ညီငါးခုပါရှိပြီး ထိပ်ချွန်(ထိပ်စွန်း)၌ဆုံကြသော ဘေးပတ်လည်မျက်နှာပြင် အစောင်းလေးခုသည် နှစ်နားညီတြိဂံများ ဖြစ်ကြသည်။

4.2.2 တြိရန်း ဒုချွန်မတ် (**Triangular Pyramid – Tetrahedron**)



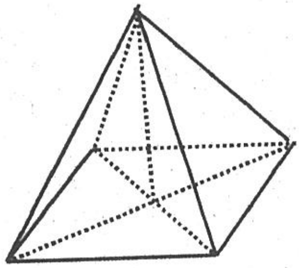
ပုံ (4.5)



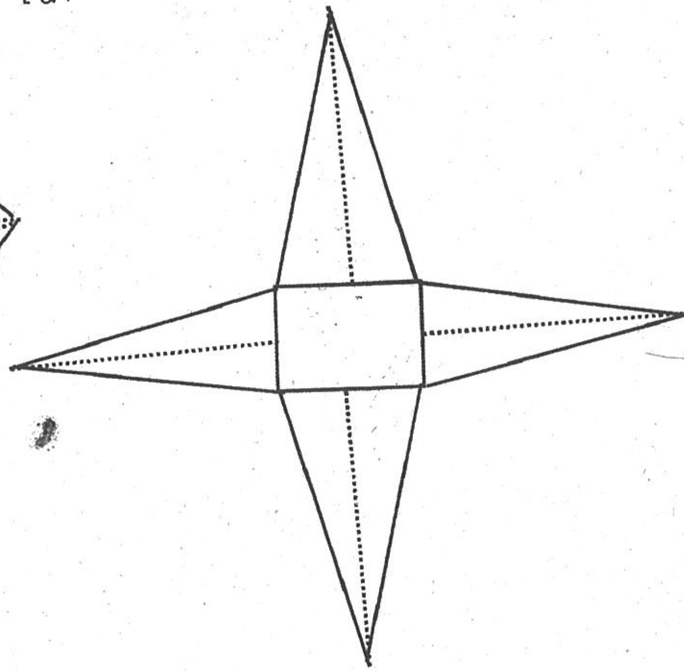
ပုံ (4.6)

ဒုချွန်မတ်၏ အောက်ခြေသည် သုံးနားညီတြိဂံဖြစ်လျှင် ယင်းဒုချွန်မတ်ကို တြိရန်း ဒုချွန်မတ် ဟုခေါ်သည်။

4.2.3 ထောင့်မှန်စတုဂံ ဒုချွန်မတ် (**Rectangular Pyramid**)



ပုံ (4.7)



ပုံ (4.8)

ဒုချွန်မတ်**၏အောက်**ခြေသည် ထောင့်မှန်စတုဂံပုံဖြစ်လျှင် ယင်းဒုချွန်ကို ထောင့်မှန်စတုဂံ ဒုချွန်မတ်ဟုခေါ်သည်။

မှတ်ချက်။ ။ ဒုချွန်မတ်၏ အောက်ခြေသည် မည်သည့်ပုံသဏ္ဍာန်မဆို ရှိနိုင်သကဲ့သို့ ယင်း၏ ထိပ်စွန်းမှာလည်း ကြိုက်ရာ အနေအထားအမျိုးမျိုးတွင် တည်ရှိနိုင်သည်။

ဥပမာ

အောက်ခြေအနားတစ်ဖက်လျှင် 2m ရှိ၍ 3m မြင့်သော စတုရန်း ဒုချွန်မတ်၏ ထုထည် ကို ရှာပါ။

$$\text{စတုရန်း ဒုချွန်မတ်၏ ထုထည်} = \frac{1}{3}\ \text{အောက်ခြေဧရိယာ} \times \text{အမြင့်}$$

$$= \frac{1}{3} \times 2^2 \times 3$$

$$= 4\ \text{ကုဗမီတာ}$$

∴ အဖြေ ။ ။ စတုရန်း ဒုချွန်မတ်၏ ထုထည် = 4 m^3

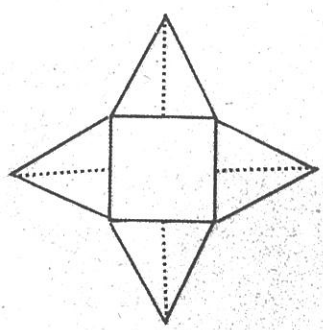
လေ့ကျင့်ခန်း (4.1)

1. အောက်ဖော်ပြပါ ဇယား (4.1) မှ ဒုချန်မတ်အသီးသီး၏ ထုထည်ကို ရှာပါ။

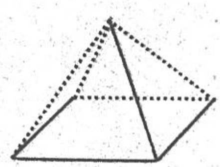
	(1)	(2)	(3)
အောက်ခြေ	ပတ်လည်အလျား 5cm ရှိစတုရန်း	ပတ်လည်အလျား 6cm ရှိစတုရန်း	(5 × 3.3 cm) ရှိ ထောင့်မှန်စတုဂံ
အမြင့်	6 cm	8 cm	10 cm

ဇယား (**4.1**)

2. အိမ်တစ်လုံး၏ခေါင်မိုးသည် 25m ရှည်၍ 15m ကျယ်ကာ ခေါင်တိုင်အမြင့် 7m ရှိသော ဒုချန်မတ်ပုံဖြစ်၏။ အိမ်ခေါင်မိုးအတွင်းရှိ လေ၏ထုထည်ကို ရှာပါ။
3. ထောင့်မှန်တြိဂံပုံ အောက်ခြေရှိသော ဒုချန်မတ်တစ်ခု၏ ထုထည်မှာ $135cm^3$ ဖြစ်သည်။ ထောင့်မှန်ဆောင်အနားများမှာ 4cm နှင့် 9cm အသီးသီးဖြစ်သော် ယင်းဒုချန်မတ်၏ အမြင့်ကို ရှာပါ။
4. ပုံ (4.9) သည် အနားတစ်ဖက်လျှင် 10cm ရှိသော စတုရန်းအောက်ခြေနှင့် အမြင့် 13cm ရှိသောထပ်တူညီနှစ်နားညီတြိဂံလေးခုပါဝင်သည့် စတုရန်း ဒုချန်မတ်တစ်ခု၏ ဖြန့်ထားသောပုံဖြစ်သည်။ယင်းကို ပုံ (4.10) ကဲ့သို့တည်ဆောက်ပြီး အောက်ပါတို့ကို ရှာပါ။



ပုံ (4.9)



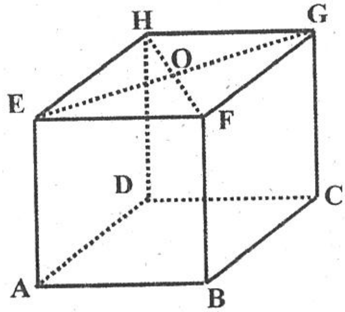
ပုံ (4.10)

(a) စတုရန်း ဒုချန်မတ်၏ မျက်နှာပြင်အားလုံးဧရိယာ
(b) စတုရန်း ဒုချန်မတ်၏ အမြင့်
(c) စတုရန်း ဒုချန်မတ်၏ ထုထည်

5. ABCDEFGH သည် အနားတစ်ဖက်လျှင် 4cm ရှိသော အန်စာတုံးတစ်လုံးဖြစ်၍ O သည် EFGH ၏ ဗဟိုမှတ်ဖြစ်သည်။

(a) ဒုချွန်မတ် OABCD ၏ထုထည်ကို ရှာပါ။

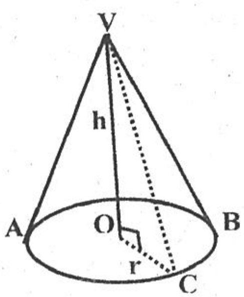
(b) ဒုချွန်မတ် OGCDH ၏ထုထည်ကို ရှာပါ။ ၎င်းနှင့် ထုထည်တူညီသော အခြား ဒုချွန်မတ်သုံးခုကို ဖော်ပြပါ။



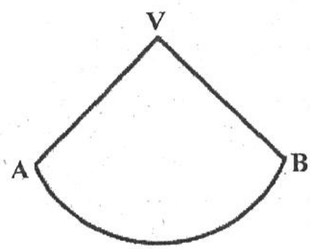
ပုံ (4.11)

4.3 စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန် (Cone or Right Circular Cone)

ဒုချွန်မတ်တစ်ခု၏အောက်ခြေသည်စက်ဝိုင်းပုံရှိပါက ယင်းကို စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်ဟု ခေါ်သည်။



ပုံ (4.12)



ပုံ (4.13)

စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်ရှိစက်ဝိုင်း၏ဗဟို O နှင့်ထိပ်စွန်းမှတ် V ကိုဆက်သွယ်သော VO မျဉ်းသည် အောက်ခြေပေါ်သို့ မျဉ်းမတ်ကျသည်။ VO ကို စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏ အမြင့် (h) ဟုခေါ်ပြီး (OC) ကို အောက်ခြေစက်ဝိုင်း၏ အချင်းဝက် (r) ဟုခေါ်သည်။ ထိပ်စွန်းမှတ် V နှင့် စက်ဝန်းပေါ်ရှိ အမှတ်တစ်ခုခု C ကို ဆက်သွယ်သောမျဉ်း VC = VA = VB = s ကို စက်ဝန်းကတော့ချွန်မှန်၏ အယိုင်မြင့် (Slant Height) ဟုခေါ်သည်။

4.3.1 စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏ ထုထည်ရှာခြင်း

စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်သည် ဒုချွန်မတ်အမျိုးအစားတစ်ခုဖြစ်သောကြောင့် ၎င်း၏ ထုထည်ကို အောက်ပါအတိုင်း ရှာနိုင်သည်။

စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏ထုထည် = ဒုချွန်မတ်၏ထုထည်

$$V = \frac{1}{3}\,(\text{အောက်ခြေဧရိယာ} \times \text{အမြင့်})$$

$$= \frac{1}{3}\,A\,h = \frac{1}{3}\,\pi\, r^2\, h$$

$$\therefore V = \frac{1}{3}\,\pi\, r^2\, h$$

ဤပုံသေနည်းအရ စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏ထုထည်သည် အောက်ခြေတူ၊ အမြင့်တူ ဆလင်ဒါ ထုထည်၏ $\frac{1}{3}$ နှင့် တူညီသည်ကိုတွေ့ရ၏။

စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်ပုံသဏ္ဍာန် ခွက်တစ်ခွက်တွင် ရေ(သို့မဟုတ်) သဲအပြည့်ထည့်၍ ၎င်းနှင့်အောက်ခြေတူ အမြင့်တူသော ဆလင်ဒါသဏ္ဍာန်ခွက်ရှည်တစ်ခွက်ထဲသို့ လောင်းထည့် ကြည့်ပါကစက်ဝိုင်းကတော့ ချွန်မှန်သုံးခွက်သည် ဆလင်ဒါတစ်ခွက် နှင့် တူညီသည်ကိုတွေ့ရသည်။

ထို့ကြောင့်

$$\text{စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏ထုထည်} = \frac{1}{3}\,(\text{ဆလင်ဒါ၏ထုထည်})$$

$$V = \frac{1}{3}\,\pi\, r^2\, h$$

4.3.2 စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏ မျက်နှာပြင်ခုံးဧရိယာရှာခြင်း

စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်တစ်ခုကို ပုံ(4.12)တွင်ဖော်ပြထားသည့်အတိုင်း ထောင့်မှန်မှ အတိုဆုံးအနား VO ကို ဝင်ရိုးထား၍ လှည့်ခြင်းအားဖြင့် ရရှိနိုင်ပေသည်။ ထို့ကြောင့် အခြေ စက်ဝန်းပေါ်ရှိ အမှတ်တိုင်းသည် ထိပ်စွန်းမှတ် V မှ ညီတူကွာဝေးကြသည်။ VA တစ်လျှောက် ဖြတ်၍ဖြန့်လိုက်ပါက စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ စက်ဝိုင်းစိတ်တစ်ခုအဖြစ်ရရှိပေသည်။ ပုံ(4.13)ကို ကြည့်ပါ။ ထိုအခါ စက်ဝိုင်းစိတ်၏ ဧရိယာသည် $\pi r s$ ဖြစ် ကြောင်း အောက်ပါအတိုင်းတွက် နိုင်ပေသည်။

$$\frac{\text{အဝန်း } ABA}{V \text{ ဗဟိုရှိ စက်ဝိုင်းအဝန်း}} = \frac{2\pi r}{2\pi s} = \frac{r}{s}$$

$$\therefore \frac{\text{စက်ဝိုင်းစိတ် VAB ၏ ဧရိယာ}}{\text{V ဗဟိုရှိ စက်ဝိုင်းဧရိယာ}} = \frac{r}{s}$$

စက်ဝိုင်းစိတ် VAB ၏ ဧရိယာ $= \frac{r}{s} \times \pi s^2 = \pi rs$

ထို့ကြောင့်

စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏ မျက်နှာပြင်ခုံးဧရိယာ $= \pi rs$

(r သည် အခြေစက်ဝိုင်း၏ အချင်းဝက်ဖြစ်၍ s သည် အယိုင်မြင့်ဖြစ်သည်။)

မှတ်ရန် ။ ။ $s^2 = h^2 + r^2$ ဖြစ်သည်။ ပုံ (4.12) ကိုကြည့်ပါ။

ဥပမာ (1)

စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်ရှိ အောက်ခြေစက်ဝိုင်း၏ အချင်းမှာ 12cm ဖြစ်ပြီး အယိုင်အမြင့်မှာ 10cm ဖြစ်သော်

(a) ၎င်း၏မျက်နှာပြင် စုစုပေါင်းဧရိယာနှင့်

(b) ထုထည်ကို ရှာပါ။

(a) စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏ မျက်နှာပြင်ခုံးဧရိယာ $= \pi rs = 3.14 \times 6 \times 10$

$= 188.4 \text{ cm}^2$

စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏ အောက်ခြေဧရိယာ $= \pi s^2 = 3.14 \times 6^2$

$= 113.04 \text{ cm}^2$

$\therefore$ စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏မျက်နှာပြင် စုစုပေါင်းဧရိယာ $= 188.4 + 113.04$

$= 301.44 \text{ cm}^2$

(b) (စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏ အမြင့်)^2 = (အယိုင်အမြင့်)^2 − (အချင်းဝက်)^2

$= 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$

$\therefore$ စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏ အမြင့် $= 8$

စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏ ထုထည် $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times 3.14 \times 6^2 \times 8$

$= \frac{1}{3} \times 3.14 \times 36 \times 8$

$= 3.14 \times 96$

$\therefore$ စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏ ထုထည် $= 301.44 \text{ cm}^3$

$\therefore$ အဖြေ ။ ။စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏မျက်နှာပြင်စုစုပေါင်းဧရိယာ$= 301.44 \text{ cm}^2$

စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏ ထုထည် $= 301.44 \text{ cm}^3$

လေ့ကျင့်ခန်း (4.2)

1. အောက်ဖော်ပြပါဇယား (4.2)မှစက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏ ထုထည်အသီးသီးကိုရှာပါ။

	(1)	(2)	(3)	(4)
အောက်ခြေစက်ဝိုင်း၏ အချင်းဝက်	6 m	21 cm	10 m	2.87 m
အမြင့်	7m	10 cm	12 m	9.34 m

ဇယား (4.2)

2. စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်ပုံသဏ္ဍာန် ရေခဲမုန့်ထည့်ခွက်တစ်ခွက်၏ ထိပ်ဝအချင်းမှာ 6cm ရှိပြီး 10cm နက်သော် ခွက်အတွင်းရှိ ရေခဲမုန့်ထုထည်ကို ရှာပါ။

3. အမြင့် 12cm နှင့် အောက်ခြေစက်ဝိုင်းအချင်း 10cm ရှိသော စက်ဝိုင်း ကတော့ချွန်မှန်၏ ထုထည်ကို ရှာပါ။

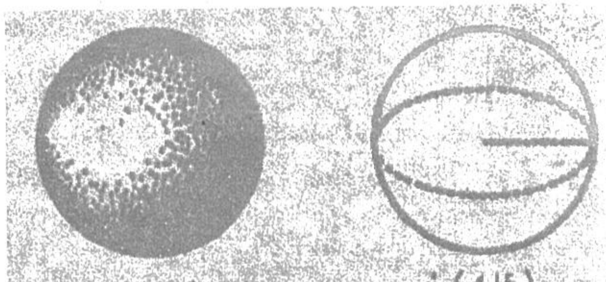
4. စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်တစ်ခု၏ အောက်ခြေစက်ဝိုင်းမှာအချင်းဝက် 7cm ရှိ၍ အယိုင်အမြင့်မှာ 25cm ရှိသည်။
   (a) မျက်နှာပြင်ခုံး၏ ဧရိယာ
   (b) အောက်ခြေစက်ဝိုင်း၏ ဧရိယာ
   (c) စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏ အမြင့်နှင့်ထုထည်ကို ရှာပါ။

5. စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်တစ်ခု၏အောက်ခြေအချင်းမှာ 10cm ရှိ၍ အယိုင်အမြင့်မှာ 13cmရှိ၏။စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏မျက်နှာပြင်စုစုပေါင်းဧရိယာနှင့်ထုထည်ကိုရှာပါ။

6. အရည် 200ml ဝင်စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်ပုံ ခွက်တစ်ခွက်၏စက်ဝိုင်းမှာ အချင်း 12cmရှိသော အမြင့်ကို ရှာပါ။

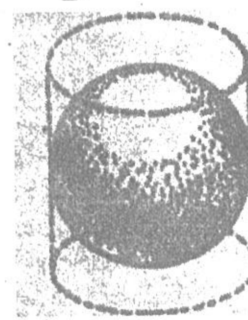
7. စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်ပုံသဏ္ဍာန် ရွက်ထည်တဲတစ်တဲ၏ အောက်ခြေစက်ဝိုင်းအချင်းဝက်မှာ 5cmရှိ၏။ ယင်းရွက်ထည်တဲသည် 12cm မြင့်သော်ကုန်ကျမည့် ရွက်ထည်၏ ဧရိယာကိုရှာပါ။

4.4 စက်လုံး


ပုံ (4.14) ပုံ (4.15)

စက်လုံးသည် ဘောလုံး ၊ ရွဲလုံးကဲ့သို့သော ဒုပုံတစ်ခုဖြစ်သည်။ စက်လုံး၏ ကန့်လန့် ဖြတ်ပုံမှာ စက်ဝိုင်းပုံဖြစ်သည်။ စက်လုံးမျက်နှာပြင်ပေါ်ရှိ အမှတ်တိုင်းသည် စက်လုံးအတွင်းရှိ ဗဟိုမှ အကွာအဝေးတူညီကြသည်။ ထိုညီတူအကွာအဝေးကို စက်လုံး၏ အချင်းဝက် = r ဟု ခေါ်သည်။ စက်လုံး၏ဗဟိုကိုဖြတ်သွားသော ပြင်ညီတစ်ခုသည် ထိုစက်လုံးကို **စက်လုံးခြမ်း (Semispheres)** နှစ်ခုဖြစ်အောင် ခွဲခြမ်းသည်။

ပစ္စည်းတစ်မျိုးတည်းဖြင့် ပြုလုပ်ထားသော အချင်းတူ **ခေါင်းပိတ်စက်လုံးနှင့် ခေါင်းပိတ်ဆလင်ဒါများကို ချိန်တွယ်ကြည့်ပါက**စက်လုံး 3 လုံး၏အလေးချိန်သည် ဆလင်ဒါ 2 ခု၏အလေးချိန်နှင့်တူညီသည်ကိုတွေ့ရသည်။


ပုံ (4.16)

စက်လုံး 3 လုံး၏အလေးချိန် = ဆလင်ဒါ 2 ခု၏ အလေးချိန်

စက်လုံး 1 လုံး၏အလေးချိန် = $\frac{2}{3}$ ဆလင်ဒါ၏ အလေးချိန်

$\therefore$ စက်လုံး၏ ထုထည် = $\frac{2}{3}$ ဆလင်ဒါ၏ထုထည်

= $\frac{2}{3}$ [အောက်ခြေဧရိယာ × အမြင့်]

= $\frac{2}{3}$ [π (အချင်းဝက်)^2 × အမြင့်]

$= \frac{2}{3}[\pi r^2 \times 2r] = \frac{2}{3}[2\pi r^3]$

$\therefore$ စက်လုံး၏ ထုထည် $= \frac{4}{3}\pi r^3$

4.4.1 စက်လုံး၏ မျက်နှာပြင်ဧရိယာရှာခြင်း

စက်လုံးတစ်ခုသည်အချင်းဝက် သို့မဟုတ် အမြင့်ချင်းတူညီသော ဆလင်ဒါတစ်ခုကဲ့သို့ တိကျစွာဝင်နိုင်သော် (စက်လုံးသည် ဆလင်ဒါ၏ အထက်အောက်နှင့် ဘေးဘက်အားလုံးတို့ကို ထိနေသော်) စက်လုံး၏မျက်နှာပြင်ဧရိယာသည် ဆလင်ဒါ၏ မျက်နှာပြင်ခုံးဧရိယာနှင့် တူညီပေသည်။ စက်လုံး သို့မဟုတ် ဆလင်ဒါ၏ အချင်းဝက်သည် r ဖြစ်သော် အမြင့်သည် 2r ဖြစ်သည်။ (စက်လုံး၏အချင်းသည် ဆလင်ဒါ၏ အမြင့်ဖြစ်သည်။)

စက်လုံး၏ မျက်နှာပြင်ဧရိယာ = ဆလင်ဒါ၏ မျက်နှာပြင်ခုံးဧရိယာ

$= 2\pi r h$

$= 2\pi r \times 2r \qquad (h = 2r)$

$= 4\pi r^2$

$\therefore$ စက်လုံး၏ မျက်နှာပြင်ဧရိယာ = $4\pi r^2$

ဥပမာ (1)

စက်လုံးခြမ်းတစ်ခု၏အချင်းမှာ 6cm ရှိသော်

(a)စက်လုံးခြမ်း၏ထုထည် (b)မျက်နှာပြင် စုစုပေါင်း ဧရိယာကို ရှာပါ။

(a) စက်လုံးခြမ်း၏ထုထည် = $\frac{1}{2}$ (စက်လုံး၏ ထုထည်)

$= \frac{1}{2}(\frac{4}{3}\pi r^3) \qquad = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times 3.14 \times 3^3$

$= 2 \times 3.14 \times 9 \qquad = 3.14 \times 18$

$= 56.52\ cm^3$

(b) စက်လုံးခြမ်း၏ မျက်နှာပြင်

စုစုပေါင်းဧရိယာ = မျက်နှာပြင်ခုံးဧရိယာ + အောက်ခြေဧရိယာ

$= \frac{1}{2}(4\pi r^2) + \pi r^2$

$= \frac{1}{2} \times 4 \times 3.14 \times 3^2 + 3.14 \times 3^2$

$= 3 \times 3.14 \times 3^2 \qquad = 3.14 \times 3^3$

$= 3.14 \times 27 \qquad = 84.78\ cm^2$

$\therefore$ အဖြေ ။ ။ စက်လုံးခြမ်း၏ထုထည် = $56.52\ cm^3$

စက်လုံးခြမ်း၏ မျက်နှာပြင် စုစုပေါင်းဧရိယာ = $84.78\ cm^2$

ဥပမာ (2)

စက်လုံးတစ်လုံး၏ထုထည်မှာ113.04m^3ဖြစ်လျှင်၊ထိုစက်လုံး၏အချင်းဝက်ကို ရှာပါ။

$$\text{စက်လုံး၏ထုထည်} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$3V = 4\pi r^3$$

$$r^3 = \frac{3V}{4\pi}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{3\times 113.04}{4\times 3.14}} = \sqrt[3]{\frac{339.12}{12.56}} = \sqrt[3]{27} = 3\text{ m}$$

∴ အဖြေ ။ ။ စက်လုံး၏အချင်းဝက် = 3 m

လေ့ကျင့်ခန်း (**4.3**)

1. အချင်းဝက် 3.5cm နှင့် 10cm အသီးသီးရှိကြသော စက်လုံးတို့၏ ဧရိယာကိုရှာပါ။
2. အချင်းဝက် 1m နှင့် 7mm အသီးသီးရှိကြသော စက်လုံးတို့၏ ထုထည်ကိုရှာပါ။
3. အချင်း 21cm ရှိသော ဘောလုံးတစ်လုံး၏ မျက်နှာပြင်ဧရိယာနှင့် ထုထည်ကိုရှာပါ။
4. အနားတစ်ဖက်လျှင် 6m ရှည်သော အန်စာတုံးပုံ သတ္တာအတွင်း ထည့်သွင်းနိုင်မည့် အကြီးဆုံးစက်လုံး၏ ထုထည်ကို ရှာပါ။
5. ကမ္ဘာလုံး၏အချင်းဝက်သည် 6400km ရှိသော် ထုထည်နှင့် မျက်နှာပြင်ဧရိယာကို ရှာပါ။
6. ဂျူပီတာ (Jupiter) ဂြိုလ်၏အချင်းသည် ကမ္ဘာမြေကြီး၏အချင်းထက် 11 ဆရှိသော် ဂျူပီတာဂြိုလ်နှင့်ကမ္ဘာမြေကြီး၏ ထုထည်အချိုးကို ဖော်ပြပါ။
7. ပြခန်းတစ်ခု၏ခေါင်မိုးမှာ စက်လုံးခြမ်းသဏ္ဌာန်အမိုးလုံးပုံဖြစ်၍ အချင်းမှာ 35m ရှိသည်။စတုရန်း1mလျှင်10 ကျပ်နှုန်းနှင့်ဆေးသုတ်သော်ငွေမည်မျှကုန်ကျ မည်နည်း။
8. ဘွိုင်လာရေနွေးအိုးတစ်လုံးသည် ဆလင်ဒါပုံဖြစ်ပြီး ထိပ်နှစ်ဖက်မှာ စက်လုံးခြမ်း ပုံဖြစ်၏။ ရေနွေးအိုးသည် 16m ရှည်ပြီး အချင်းမှာ 6m ဖြစ်လျှင် အိုးအတွင်းရှိ ရေနွေး၏ ထုထည်ကို ရှာပါ။

9. အချင်းဝက် 1m, 2m နှင့် 3m အသီးသီးရှိကြသော စက်လုံးများ၏ ဧရိယာနှင့် ထုထည်မှာ A_1, A_2, A_3 နှင့် V_1, V_2, V_3 အသီးသီးဖြစ်ကြသည်။ ဧရိယာနှင့်ထုထည်ကို တွက်ချက်ခြင်းမပြုဘဲ အောက်ပါတို့၏ တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

(a) $A_1 : A_2$ (b) $A_2 : A_3$ (c) $A_1 : A_2 : A_3$

(d) $V_1 : V_2$ (b) $V_2 : V_3$ (c) $V_1 : V_2 : V_3$

10. စက်လုံးနှစ်လုံး၏အချင်းဝက်အချိုးမှာ 1 : 4 ဖြစ်လျှင် ၎င်းတို့၏မျက်နှာပြင်ဧရိယာ အချိုးကို နှိုင်းယှဉ်ပြပါ။

11. အချင်း5cmရှိသည့်ဆလင်ဒါပုံခွက်ထဲတွင်ရေအနက်6cmရှိ၏။ထိုခွက်ထဲသို့အချင်း 3cmရှိသံလုံးကလေးတစ်လုံးကိုနှစ်ချလိုက်သောအခါရေအနက်မည်မျှဖြစ်လာမည်နည်း။

12. စက်လုံးတစ်လုံး၏မျက်နှာပြင်ဧရိယာမှာ A ထုထည်မှာ V ဖြစ်လျှင် $A^3 = 36\pi V^2$ ဖြစ်ကြောင်းပြပါ။

လေ့ကျင့်ခန်း (4.4)

1. အချင်း 8.4cm ရှိသောစက်ဝိုင်း၏ဧရိယာနှင့် စက်ဝန်း၏အလျားကို ရှာပါ။
2. စက်ဝိုင်းပုံပြေးလမ်းတစ်ခုသည် 440m ရှည်သော် ၎င်း၏အချင်းဝက်ကို ရှာပါ။
3. စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ဧရိယာမှာ 38.5cm^2 ဖြစ်သော် ၎င်း၏အချင်းဝက်နှင့် စက်ဝန်း၏ အလျား ကိုရှာပါ။
4. 8cm, 4.8cm နှင့် 6.4cm အလျားအသီးသီးရှိ ထောင့်မှန်တြိဂံ၏ဧရိယာကို ရှာပါ။
5. အနားတစ်ဖက်လျှင် 6cm ရှိသော သုံးနားညီတြိဂံတစ်ခု၏ အမြင့်နှင့်ဧရိယာကို ရှာပါ။
6. ထိပ်စွန်းမှတ် A(3,1), B(9,1) နှင့် C(7,6) ရှိသောတြိဂံ၏ ဧရိယာကို ရှာပါ။
7. ထောင့်မှန်စတုဂံပုံမြက်ခင်းသည် 9m ရှည်ပြီး 7m ကျယ်၏။ မြက်ခင်း၏ အလယ် ဗဟို တွင် အချင်း 2m ရှိသော စက်ဝိုင်းပုံ အကျယ်အဝန်း၌ နှင်းဆီပန်းပင်များ စိုက်ပျိုး ထားသော် မြက်ခင်းများသာရှိသော ဧရိယာကိုရှာပါ။
8. (a) ဧရိယာ 144cm^2 ရှိအကျယ်အဝန်းကို ဘောင်ခတ်ထားသောစတုရန်း၏ အနား တစ်ဖက် ကိုရှာပါ။

   (b) ဧရိယာ 1.44cm^2 ရှိအကျယ်အဝန်းကို ဘောင်ခတ်ထားသော စတုရန်း၏ အနား တစ်ဖက်ကိုရှာပါ။

   (c) ဧရိယာ 14.4cm^2 ကို ဘောင်ခတ်ထားသောအကျယ် 8mm ရှိသည့် ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ အရှည်ကိုရှာပါ။

9. ပြတင်းပေါက်တစ်ပေါက်သည် (4m × 2m) အတိုင်းအတာရှိသည့် ထောင့်မှန်စတုဂံပေါ်တွင် အချင်း 2m ရှိစက်ဝိုင်းခြမ်း တင်ထားသော ပုံသဏ္ဌာန် ဖြစ်နေသော် ပြတင်းပေါက်တွင် တပ်ဆင်မည့်မှန်ချပ်၏ ဧရိယာစုစုပေါင်း ကိုရှာပါ။

10. ဆလင်ဒါပုံ ပေါင်ဒါဘူးတစ်ဘူးသည် 10cm မြင့်၍ 14cm အချင်းရှိ၏။ ပေါင်ဒါမှုန့်များ ထည့်ထားသော (1.5 m × 0.3 m × 0.1 m) ရှိသည့် ထောင့်မှန်ဒုပုံ သေတ္တာမှ ဖော်ပြပါ ပေါင်ဒါမှုန့်များကို ပေါင်ဒါဘူးငယ်များတွင် ဖြည့်သွင်းသော် ပေါင်ဒါဘူးမည်မျှ ဖြည့်သွင်း နိုင်သနည်း။

11. (18m ×15m)ရှိ ထောင့်မှန်စတုဂံပုံ အိမ်ခေါင်မိုးပေါ်သို့ ရွာသွန်းသော မိုးရေကို အချင်းဝက် 0.75m ရှိဆလင်ဒါပုံ ရေစည်တစ်လုံးဖြင့် ခံထားသည်။ မိုရေချိန် 1.6mm ရွာသွန်းသော နေ့၌ရေစည်အတွင်းခံယူရရှိထားသော ရေ၏အနက်ကို ရှာပါ။

12. အလျား 14cm, အနံ 10cm ရှိသော ထောင့်မှန်စတုဂံပုံ သံဖြူပြားတစ်ချပ်၏ ထောင့်စွန်းများတွင် ပတ်လည်အနား x cm စတုရန်းကွက်ကလေးများ ဖြတ်ထုတ်ပြီး အဖုံးမပါသော သေတ္တာတစ်လုံး ပြုလုပ်သော် သေတ္တာ၏ ထုထည်သည် $(140x - 48x^2 + 4x^3)\,cm^3$ ဖြစ်ကြောင်းပြပါ။

13. နံရံသုတ်ဆေး 1litre သည်ဧရိယာ $9m^2$ သုတ်နိုင်၏။ 1.2m မြင့်သောနံရံကို ဆေးသုတ်ရာ ဆေး $5\frac{1}{2}$ litre ကုန်သော်ထိုနံရံသည် မည်မျှရှည်လျားသနည်း။

14. ရေကူးကန်တစ်ကန်သည် 40m ရှည်၍ 15m ကျယ်၏။ ကန်၏အစွန်းတစ်ဖက် ရေတိမ်ပိုင်းသည် 1mနက်၍အခြားတစ်ဖက်ဖြစ်သော ရေနက်ပိုင်းသည် 3m နက်သည်။
(a) ရေကူးကန်ပုံကြမ်းရေးဆွဲပြပါ။ရေကူးကန်ရှိ နံရံတစ်ဖက်ဖက်၏ ဧရိယာကို ရှာပါ။
(b) ဧရိယာရှာပြီးသောနံရံကို ဒုရှည်တစ်ခု၏ အောက်ခြေဧရိယာဟု ယူဆပြီး ရေကူးကန် အတွင်းရှိ ရေ၏ထုထည်ကို ရှာပါ။

15. ဆလင်ဒါပုံ ရေသိုလှောင်စည်တစ်စည်သည် ရေ 88litre သိုလှောင်ထားသဖြင့် ရေအနက် 70cm ရှိ၏။ ရေစည်၏အချင်းဝက်ကို ရှာပါ။

16. (a) စက်ဘီးတစ်ဘီး၏အချင်းသည် 56cmရှိ၏။ဘီးတစ်ပတ်လျှင်မည်မျှရွေ့နိုင်သနည်း။
(b) စက်ဘီးအပတ်ပေါင်း 100 လည်လျှင် ခရီးမည်မျှရောက်နိုင်သနည်း။

17. ထောင့်မှန်ဒုတစ်ခု၏ အတိုင်းအတာများမှာ 1 : 2 : 3 အချိုးအတိုင်းရှိပြီး မျက်နှာပြင် စုစုပေါင်းဧရိယာမှာ $1408cm^2$ ဖြစ်သော် အလျား ၊ အနံနှင့် အမြင့်တို့ကို ရှာပါ။

18. အလေးချိန် 250g လေးသော ကြေးလုံးတစ်လုံး၏ အချင်းဝက်ကို ရှာပါ။
$(1cm^3 = 8.95g)$

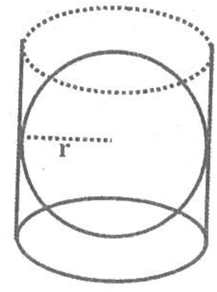
19. စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်တစ်ခု၏ အောက်ခြေစက်ဝိုင်းအချင်းမှာ 14.4cm ရှိ၍အယိုင် အမြင့်မှာ 12cm ဖြစ်သော် (a)မျက်နှာပြင်စုစုပေါင်းဧရိယာ နှင့်
(b)ထုထည်ကို ရှာပါ။

20. အချင်းဝက် r ရှိသောစက်လုံးတစ်လုံးသည် ဆလင်ဒါတစ်ခုအတွင်းသို့ ပုံတွင် ပြထားသည့် အတိုင်း အတိအကျဝင်သော်

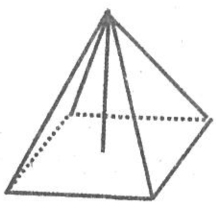
(a) စက်လုံး၏ မျက်နှာပြင် ဧရိယာသည် ဆလင်ဒါ၏ မျက်နှာပြင် ခုံးဧရိယာနှင့် တူညီ ကြောင်းပြပါ။

(b) စက်လုံး၏ထုထည်နှင့်ဆလင်ဒါတို့၏ထုထည်အချိုးကိုရှာပါ။

(c) ဆလင်ဒါနှင့်အခြေစက်ဝိုင်းတူအမြင့်တူသောစက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏ထုထည်ကိုရှာပါ။စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၊ စက်လုံးနှင့် ဆလင်ဒါတို့၏ ထုထည် အချိုးသည် 1 : 2 : 3 ဖြစ်ကြောင်း သက်သေပြပါ။



ပုံ (4.17)



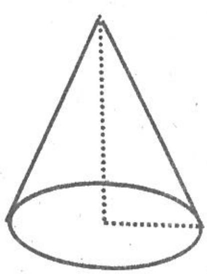
အကျဉ်းချုပ်

ဒုချွန်မတ်၏ ထုထည် $= \frac{1}{3}$ အောက်ခြေဧရိယာ × အမြင့်

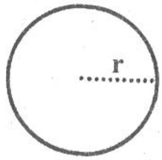
$$V = \frac{1}{3} A h$$

စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏ ထုထည် $= \frac{1}{3}$ အောက်ခြေဧရိယာ × အမြင့်

$$V = \frac{1}{3} A h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$



စက်ဝိုင်းကတော့ချွန်မှန်၏ မျက်နှာပြင်ခုံးဧရိယာ $= \pi r s$



စက်လုံး၏ထုထည် $= \frac{4}{3} \pi r^3$

စက်လုံး၏ မျက်နှာပြင်ဧရိယာ $= 4 \pi r^2$

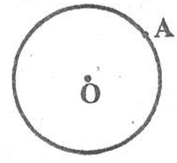
အခန်း (5)

အခြေခံဆောက်လုပ်ချက်များ

5.1 ဆောက်လုပ်ချက် (9)

ပေးထားသော စက်ဝိုင်း၏ အဝန်းပေါ်ရှိ ပေးရင်းအမှတ်တစ်ခု၌ ထိုစက်ဝန်း၏ တန်းဂျင့်တစ်ကြောင်း ဆောက်လုပ်ရန်။

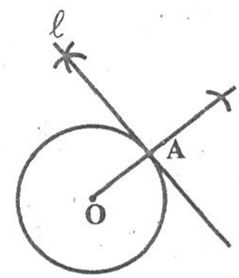
ပေးထားချက် ။ ။ O ဗဟိုရှိစက်ဝိုင်းနှင့် ထိုစက်ဝန်း၏ အဝန်းပေါ်ရှိ အမှတ်တစ်ခု A



ပုံ (5.1)

ဆောက်လုပ်ရန် ။ ။ အမှတ် A ၌စက်ဝိုင်းအတွက် တန်းဂျင့်တစ်ကြောင်းဆွဲရန်။

ဆောက်လုပ်ချက် ။ ။



ပုံ (5.2)

အဆင့် (1) ။ ။ မျဉ်း OA ကို ဆက်ဆွဲပါ။

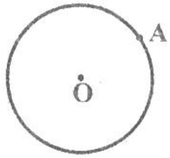
အဆင့် (2) ။ ။ (ဆောက်လုပ်ချက် 4 ကိုအသုံးပြု၍) OA ကို A ၌ထောင့်မတ်ကျသော မျဉ်းတစ်ကြောင်းဆွဲပါ။ထိုမျဉ်းကို ℓ ဟုခေါ်ပါ။ ℓ သည် လိုအပ်သော တန်းဂျင့်ဖြစ်သည်။

သက်သေပြချက် ။ ။

ℓ သည် OA ကို A ၌ထောင့်မတ်ကျသည်။

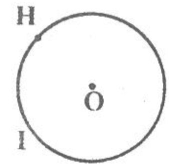
A သည် စက်ဝန်းပေါ်ရှိအမှတ်တစ်ခုဖြစ်ပြီး OA သည် အချင်းဝက်တစ်ခုဖြစ်သည်။

ℓ သည် စက်ဝိုင်းကို A ၌ထိသောတန်းဂျင့်ဖြစ်သည်။



ပုံ (5.3)

စက်ဝိုင်းကို A ၌
ထိသောတန်းဂျင့်ကို ဆွဲပါ။



ပုံ (5.4)

HI ၏အလယ်အမှတ်၌
စက်ဝိုင်းကိုထိသော တန်းဂျင့်ကိုဆွဲပါ။

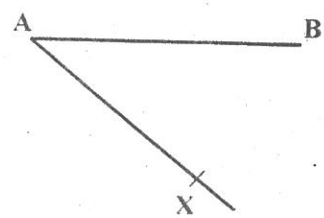
5.2 ဆောက်လုပ်ချက် (10)

ပေးရင်းမျဉ်းပိုင်းတစ်ခုကို သတ်မှတ်ထားသော အရေအတွက်ရှိ ထပ်တူညီ မျဉ်းပိုင်းများ ရအောင် စိတ်ပိုင်းရန်။

ပေးထားချက် ။ ။ မျဉ်းပိုင်း AB

ပုံ (5.5)

ဆောက်လုပ်ရန် ။ ။ AB ပေါ်တွင် အမှတ် D နှင့် E တို့ကို AD=DE=EB ဖြစ်အောင် သတ်မှတ်ပေးရန်။



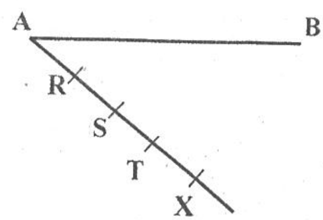
ပုံ (5.6)

အဆင့် (1)

A ကိုအစမှတ်အဖြစ်ယူ၍ မျဉ်းတန်းတစ်ခုကို AB နှင့် တစ်ဖြောင့်တည်း မကျအောင်ဆွဲပါ။ ထိုမျဉ်းပေါ်တွင် အမှတ် တစ်ခု X ကိုယူပါ။

အဆင့် (2)

A ကိုဗဟိုအဖြစ် စတင်ယူလျက် သင့်တော်သော အချင်းဝက်ဖြင့် ထပ်တူညီမျဉ်းပိုင်း သုံးခုကို AX ပေါ်တွင်ဆောက်လုပ်ပါ။ ရရှိလာသော အမှတ်များကို R, S, T ဟုခေါ်ပါ။

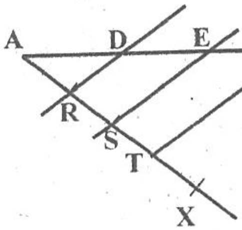


ပုံ (5.7)

အဆင့် (3) BT ကိုဆွဲပါ။

အဆင့် (4) (ဆောက်လုပ်ချက် 7 ကို အသုံးပြု၍) R နှင့် S အမှတ်တစ်ခုစီကို ဖြတ်လျက် BT နှင့်ပြိုင်သော မျဉ်းများကိုဆွဲပါ။ ထိုမျဉ်းပြိုင်များနှင့် AB ဖြတ်၍ ရရှိသော ဖြတ်မျဉ်းများကို D နှင့် E ဟုခေါ်ပါ။

AD=DE=EB



ပုံ (5.8)

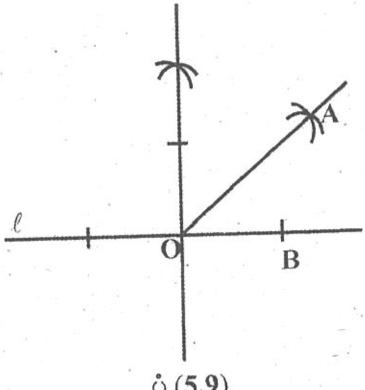
သက်သေပြချက် ။ ။ (ကြိုးစားတွက်ကြည့်ပါ။)

ဆောက်လုပ်ချက်များကို အသုံးပြုခြင်း

ဥပမာ (1) ။ ။ ပမာဏ 45° ရှိသော ထောင့်တစ်ထောင့်တည်ဆောက်ပါ။

အဆင့် (1) ။ ။ မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းကိုဆွဲပါ။

အဆင့် (2) ။ ။ ထိုမျဉ်းဖြောင့်ပေါ်ရှိ အမှတ် O ၌ ℓ နှင့်ထောင့်မတ်ကျသော မျဉ်းဖြောင့် တစ်ကြောင်းကိုဆွဲပါ။



ပုံ (5.9)

အဆင့် (3)။ ။ ဖြစ်ပေါ်လာသော ထောင့်မှန်နှစ်ခုအနက် တစ်ခု၏ ထက်ဝက်ပိုင်းမျဉ်းတန်းတစ်ခုဆွဲပါ။

အဆင့် (4)။ ။ ထက်ဝက်ပိုင်း၍ရရှိသော ထောင့်တစ်ခုသည် ပမာဏ 45° ရှိ၏။

လေ့ကျင့်ခန်း (5.2)

1. ပမာဏ $22\frac{1}{2}°$ ရှိသော ထောင့်တစ်ထောင့်ဆွဲပါ။
2. 60° ရှိသော ထောင့်တစ်ထောင့်ဆွဲပါ။
3. 30° ရှိသော ထောင့်တစ်ထောင့်ဆွဲပါ။
4. 135° ရှိသော ထောင့်တစ်ထောင့်ဆွဲပါ။
5. 120° ရှိသော ထောင့်တစ်ထောင့်ဆွဲပါ။

အခန်း (6)
အချိုးကျပုံဆွဲခြင်း

6.1 ပုံသဏ္ဍာန်များတိုးချဲ့ကြီးထွားလာပုံ

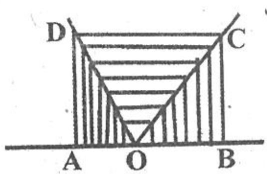
ပုံ(6.1)ပါ ဂျီသြမေတြီပုံများသည် အရွယ်အစားအမျိုးမျိုးသော ထောင့်မှန်စတုဂံ များဖြင့် ပြုလုပ်ထားသော အဆင်များဖြစ်သည်။

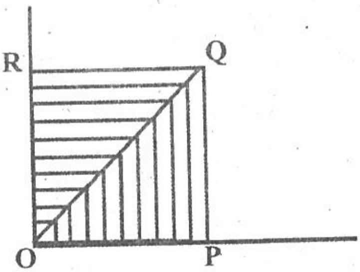
ပုံ(a)တွင် မျဉ်းဖြောင့် OA, OB, OC, OD တို့သည်လည်းကောင်း

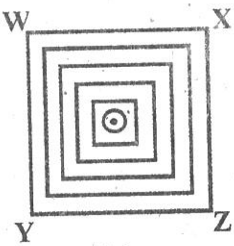
ပုံ(b)တွင် မျဉ်းဖြောင့် OP, OQ, OR တို့သည်လည်းကောင်း

ပုံ(c)တွင် မျဉ်းဖြောင့် OX, OY, OZ, OW တို့သည်လည်းကောင်း

ပုံအသီးသီးတို့တွင် မည်သို့အဆင်များ ပေါ်ထွက်လာသည်ကိုဖော်ပြလျက်ရှိသည်။ ထိုမျဉ်းဖြောင့်များကို အဆင်မျဉ်းဖြောင့် (Pattern Line) များဟုခေါ်သည်။





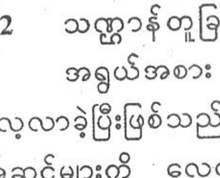


ပုံ (6.1)

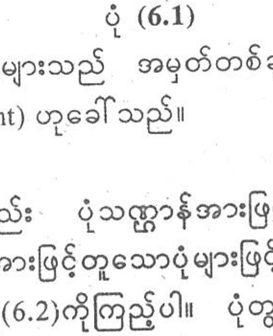
ပုံတစ်ပုံတွင်အဆင်မျဉ်းဖြောင့်များသည် အမှတ်တစ်ခုတွင် တွေ့ဆုံ၍ ထိုအမှတ်ကို ပုံကြီးချဲ့ဗဟို (Centre of Enlargement) ဟုခေါ်သည်။

6.2 သဏ္ဍာန်တူခြင်း

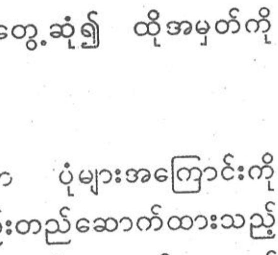
အရွယ်အစား မတူသော်လည်း ပုံသဏ္ဍာန်အားဖြင့်တူသော ပုံများအကြောင်းကို လေ့လာခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ပုံသဏ္ဍာန် အားဖြင့်တူသောပုံများဖြင့် ဖွဲ့စည်းတည်ဆောက်ထားသည့် အဆင်များကို လေ့လာကြမည်။ ပုံ(6.2)ကိုကြည့်ပါ။ ပုံတွင်ပြထားသည့် အဆင့်များသည် ပုံသဏ္ဍာန်တူသောပုံများဖြင့် ပြီးသည့်အဆင်များဖြစ်သည်။ အကယ်၍ ပုံများကို ပုံတွင် ပြထားသကဲ့သို့ အဆင်မျဉ်းဖြောင့်ရှိသော အဆင်များဖြစ်အောင် စီစဉ်နိုင်လျှင် ထိုပုံ များကို သဏ္ဍာန်တူပုံများဟုခေါ်သည်။



ပုံ (6.2.a)



ပုံ (6.2.b)



ပုံ (6.2.c)

6.3 အဆင်မျဉ်းဖြောင့်

အဆင်မျဉ်းဟုခေါ်သော မျဉ်းဖြောင့်များနှင့်ပတ်သက်ပြီး သတိပြုရန်အချက်များ တွေ့ရှိရသည်။

ပုံ 6.2(b)၏ အငယ်ဆုံးထောင့်မှန်စတုဂံတွင် O မှထောင့်စွန်းများသို့ အကွာအဝေး တို့သည်(စင်တီမီတာဖြင့်) (0, 0.3, 0.5,0.4) ဖြစ်သည်။ ဤတွင်ကိန်းတို့၏ နေရာ အစီအစဉ် သည် အရေးကြီးသည်။ အခြားထောင့်မှန်စတုဂံများအတွက် အလားတူ အကွာအဝေးပြကိန်း တန်ဖိုးများ ရှာကြည့်ပါ။ ထို့ပြင် စတုဂံအနားများ၏ အလယ်မှတ်များ အတွက်လည်း အကွာ အဝေးပြကိန်းများကို ရှာနိုင်သည်။

ထိုကိန်းများ၏အချိုးတို့သည်မပြောင်းလဲ။ တစ်ခုနှင့်တစ်ခုတူညီနေသည်ကိုတွေ့ရမည်။

အထက်ပါအတိုင်းပင်ပုံ6.2(a)တွင်ပါဝင်သည့် တြိဂံများအတွက်လည်း ထောင့်စွန်းများ အကွာအဝေးကို တိုင်းကြည့်နိုင်သည်။ ရရှိမည့်ကိန်းသုံးလုံးတွဲတို့သည် ကိန်းတွဲ(1,1,1) ၏ ဆတိုးကိန်းများဖြစ်သည်။

ပုံ6.3 တွင် ဖော်ပြထားသောတြိဂံသုံးခုကိုလေ့လာပါ။ သက်ဆိုင်ရာထောင့်များကိုဖြတ်၍ ပုံတွင်ပြထားသည့်အတိုင်း အဆင်မျဉ်းဖြောင့်ကိုဆွဲလျှင် အမှတ်တစ်နေရာတည်း၌တွေ့ဆုံ ပေမည်။ O သည် တွေ့ဆုံရာအမှတ်ဖြစ်သည်။

ထို့ပြင်

$OA' = 2OA$

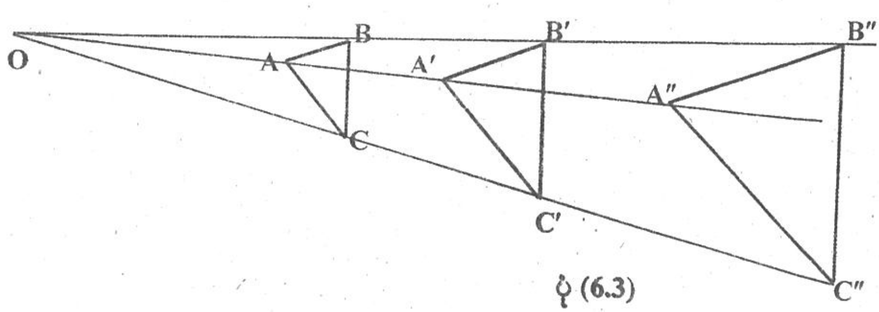
$OB' = 2OB$

$OC' = 2OC$

$OA'' = 4OA$

$OB'' = 4OB$

$OC'' = 4OC$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရသည်။



ပုံ (6.3)

6.4 တိုးချဲ့ခြင်း (Dilation)

ရှေ့တွင်ပုံတစ်ခု၏အရွယ်အစားမပြောင်းဘဲ ပုံတစ်ခုကိုရွှေ့ပြောင်းသည့်အကြောင်းကို လေ့လာခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ထိုရွှေ့ပြောင်းနည်းများမှာ အဖြောင့်ရွှေ့ပြောင်းခြင်း ၊ မှန်ရိပ်ချခြင်း နှင့် လှည့်ခြင်းတို့ဖြစ်သည်။ ဤသို့ရွှေ့ပြောင်းနည်းတို့ကို စုစည်း၍ isometric (ပုံမပျက်) သည့် ရွှေ့ပြောင်းနည်းဟု ခေါ်သည်။

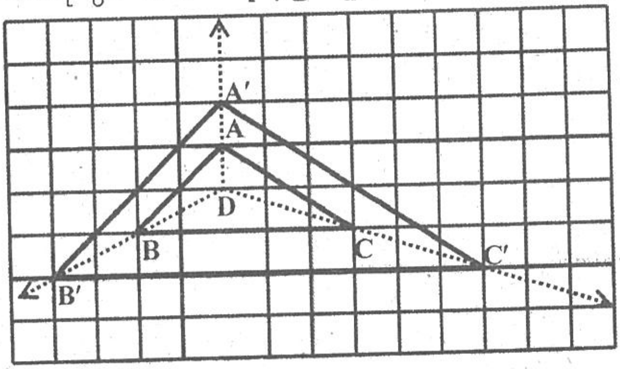
အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်

တိုးချဲ့သောရွှေ့ပြောင်းနည်းသည်ပုံ၏အရွယ်အစားကိုပြောင်းစေသော်လည်းသဏ္ဍာန်ကို မူ မပြောင်းပေ။ ဤသို့ဖြင့် သဏ္ဍာန်တူပုံများကို ရသည်။

ဥပမာ (1)

ဂရပ်စာရွက်များကိုအသုံးပြု၍ ပုံများကိုချဲ့နိုင်သည်။

အောက်ပါပုံတွင် ΔABC ကိုချဲ့ခြင်းဖြင့် $\Delta A'B'C'$ ရရှိသည်ကိုတွေ့ရသည်။



ပုံ (6.4)

ပုံ(6.4)တွင်အမှတ် D ကိုတိုးချဲ့ခြင်းဆိုင်ရာဗဟို (Centre of Dilation) ဟုခေါ်သည်။ ၎င်းအမှတ်ကို တြိဂံ၏အတွင်း၌ပြထားသည်။ သို့သော်တြိဂံ၏အတွင်း သို့မဟုတ် အပြင် မည်သည့်နေရာ၌မဆိုဖြစ်နိုင်သည်။

အမှတ် D နှင့် ΔABC ပေါ်ရှိ အမှတ်အသီးသီးတို့၏ အကွာအဝေးကို မြှောက်သော ကိန်းတစ်ခုအား အဆတိုးကိန်း (Scale factor) ဟုခေါ်သည်။

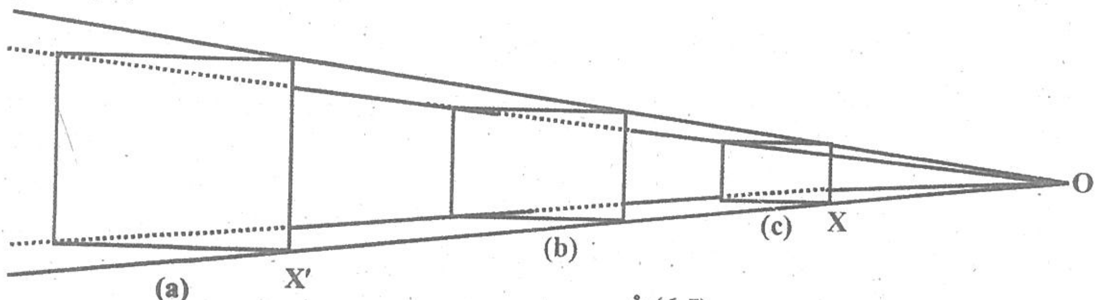
အထက်ပါပုံအတွက် အဆတိုးကိန်းသည် 2 ဖြစ်သည်။ သို့သော်၎င်းသည် အပိုင်းကိန်း လည်း ဖြစ်နိုင်သည်။ ဥပမာ $\Delta A'B'C'$ သည်မူလပုံဖြစ်ပြီး ΔABC သည်တိုးချဲ့ခြင်းဖြင့် ရရှိသောပုံဖြစ်ပါက အဆတိုးကိန်းသည် ½ ဖြစ်ပေမည်။

A' B' C' အမှတ်များကို A, B, C အမှတ်အသီးသီးတို့၏ ပုံရိပ်များဟုခေါ်သည်။ A နှင့် A', B နှင့် B', C နှင့် C' တို့ကို လိုက်ဖက်အမှတ်များဟုခေါ်သည်။ အနား A' B' သည် AB

နှင့်လိုက်ဖက်သည်။ A′ C′ ၏လိုက်ဖက်အနားသည် မည်သည်နည်း။ BC ၏ လိုက်ဖက်အနားကို သိပါသလား။

∠BAC နှင့် ∠B′ A′ C′ တို့ကို လိုက်ဖက်ထောင့်များ ဟုခေါ်သည်။ အထက်ပါပုံမှ အခြားလိုက်ဖက်ထောင့်နှစ်စုံကိုလည်း ဖော်ပြပါ။ လိုက်ဖက်ထောင့်များ၏ အတိုင်းအတာများမှ မည်သည်ကို သတိပြုမိပါသနည်း။ လိုအပ်လျှင် ၄င်းပုံကိုကူးယူ၍ ထောင့်တိုင်းကိရိယာ အသုံးပြုပြီး စစ်ဆေးပါ။

ဥပမာ (2)



ပုံ (6.5)

ပုံ(6.5)တွင် တိုးချဲ့ခြင်းဆိုင်ရာ ဇဟိုသည် ပုံ၏အပြင်ဘက်တွင် တွေ့ရသည်။ ပုံ(c) မှ ပုံ(a) သို့ချဲ့ရာ၌အဆတိုးကိန်းသည် A ဖြစ်သည်။ ကွန်ပါကို အသုံးပြု၍ OX′ အလျားသည် OX ၏လေးဆဖြစ်သည်ကို ဆန်းစစ်ပါ။

တိုးချဲ့ခြင်း၏ စကေးဆိုင်ရာ ကိန်းရှာခြင်း

ပထမနည်း

$$\boxed{\text{အဆတိုးကိန်း} = \frac{\text{ချဲ့ပြီးပုံမှ အလျား}}{\text{မချဲ့မီ မူလပုံမှ အလျား}}}$$

ဥပမာ (3)

ပုံ(6.4) အတွက် $\frac{A'C'}{AC} = 2$ သည် အဆတိုးကိန်းဖြစ်သည်။

ပုံ(6.5) တွင် ပုံ(c)မှ ပုံ(b)သို့ တိုးချဲ့ရာတွင် အဆတိုးကိန်း မည်မျှရှိသည်ကို ပထမနည်းအရ ရှာပေးပါ။

ဒုတိယနည်း

D သည် တိုးချဲ့ခြင်းဆိုင်ရာ ဗဟိုဖြစ်လျှင်

$$\boxed{\text{အဆတိုးကိန်း} = \frac{\text{ပုံရိပ်အမှတ်၏ D မှအကွာအဝေး}}{\text{မူလပုံမှလိုက်ဖက်အမှတ်၏ D မှအကွာအဝေး}}}$$

ဥပမာ (4)

ပုံ(6.4)အတွက် $\frac{DA'}{DA} = 2$ သည် အဆတိုးကိန်းဖြစ်သည်။

ပုံ(6.5)တွင်ပုံ(c)မှ ပုံ(b)သို့တိုးချဲ့ရာတွင်အဆတိုးကိန်းမည်မျှရှိသည်ကို ဒုတိယနည်းအရ ရှာပေးပါ။

6.5 အချိုးကျပုံများနှင့် အချိုးကျပုံ ဆွဲခြင်း

အထက်တွင်ပုံများကို ချဲ့ယူခြင်းဖြင့် အရွယ်အစား မတူသော်လည်း ပုံသဏ္ဌာန်တူသော ဂျီဩမေတြီပုံများ ရရှိနိုင်ကြောင်း သိပြီးဖြစ်သည်။

အင်ဂျင်နီယာ တစ်ယောက်သည် တံတားအသစ်တစ်ခု ဆောက်လုပ်လိုလျှင်သော်လည်းကောင်း ၊ သင်္ဘောတစ်စင်းတည်ဆောက်လိုလျှင်သော်လည်းကောင်း ပုံစံငယ်ထုတ်လုပ်ရပေမည်။ ယင်းပုံစံငယ်သည် တည်ဆောက်မည့်တံတား (သို့မဟုတ်) သင်္ဘော၏ အရွယ်အစားထက် များစွာငယ်မည်ဖြစ်သော်လည်း ပုံသဏ္ဌာန်အားဖြင့် တူညီပေသည်။ ထိုနည်းတူ အိမ် ၊ ဥယျာဉ် ၊ တိုင်းပြည်စသော ပုံများကိုဆွဲသားလျှင် သင့်တော်သော အချိုးစကေးထားလျက် စာရွက်ပေါ်တွင် အချိုးကျ စနစ်ပုံများကို ရေးဆွဲမှတ်သားကြသည်။ အချိုးကျ စနစ်ပုံများသည် မူလပင်ကိုပုံနှင့် အရွယ်အားဖြင့် မတူသော်လည်း ပုံသဏ္ဌာန်အားဖြင့် တစ်သဝေမတိမ်း အချိုးအစား ညီညွတ်စွာတူကြသည်။ ထို့ကြောင့် အချိုးကျစနစ်ပုံများမှ အသုံးပြုထားသော စကေးကိုသုံး၍ ပကတိ အရှည် ၊ အကွာအဝေး နှင့် အကျယ်အဝန်းများကို တွက်ယူနိုင်သည်။

ပုံဆွဲရာ၌အသုံးပြုသော စကေးဆိုသည်မှာ

ပုံတွင်ဆွဲသားထားသော အလျား : မူလဝတ္ထု၏ပင်ကိုအလျား ကိုခေါ်သည်။

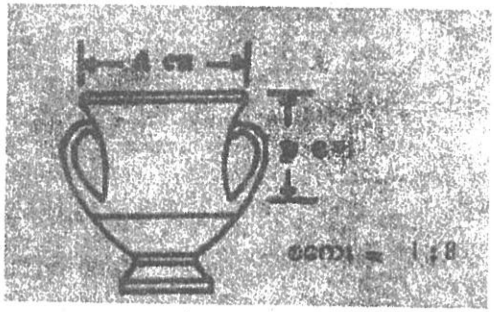
ဥပမာ (5)

10cm အလျားရှိသော မျဉ်းတစ်ကြောင်းကို 5cm အလျားသာရှိအောင် ဆွဲသားထားလျှင် အသုံးပြုထားသော စကေးမှာ

5cm : 10cm (သို့မဟုတ်) 1 : 2 (သို့မဟုတ်) $\frac{1}{2}$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ (6)

1 : 8 စကေးဖြင့်ဆွဲသားထားသော ပန်းအိုးပုံတွင် တိုင်းတာထားသည့် p d စင်တီတို့၏ ပကတိအတိုင်းအတာများကို ရှာပါ။ ဤတွင် p စင်တီ = 1.5 စင်တီဖြစ်သ



ပုံ (6.6)

p စင်တီနှင့်လိုက်ဖက်သော ပန်းအိုးပေါ်ရှိ ပကတိအလျား $= 1.5 \times \frac{8}{1} = 12$

d စင်တီ = 2 စင်တီ ဖြစ်သော်

d စင်တီနှင့်လိုက်ဖက်သော ပန်းအိုးပေါ်ရှိ မူလအလျားကို ရှာပါ။

ဥပမာ (7)

1 : 100 စကေးဖြင့် ဆွဲသားထားသော စနစ်ပုံတွင် အလျား 15cm, အနံ 10cm ဖြင့် ပြထားသော အခန်းတစ်ခု၏ ပကတိအလျားနှင့် အနံကို ရှာပါ။

စကေး 1 : 100 ဖြစ်၍

ပုံမှ 15cm နှင့်လိုက်ဖက်သော ပကတိအလျား $= 15 \times \frac{100}{1} = 1500$ cm

ပုံမှ 10cm နှင့်လိုက်ဖက်သော ပကတိအနံ $= 10 \times \frac{100}{1} = 1000$ cm

ဥပမာ (8)

မြို့တစ်မြို့၏အလျားမှာ 10 မိုင် ၊ အနံမှာ 8 မိုင်ဖြစ်လျှင် ၎င်းမြို့ကို 1 ဆင်တီ : 1 မိုင် စကေးဖြင့် ပုံဆွဲသားလိုလျှင် ပုံတွင်ဆွဲသားရမည့် အလျားနှင့် အနံတို့ကို ရှာပါ။

စကေးမှာ 1 cm : 1 မိုင်ဖြစ်၍

ပကတိအလျား 1 မိုင်ဖြစ်လျှင် ပုံတွင် 1 cm

∴ ပကတိအလျား 10 မိုင်ဖြစ်လျှင် ပုံတွင် 10 cm

∴ ပကတိအလျား 8 မိုင်ဖြစ်လျှင် ပုံတွင် 8 cm

∴ ပုံတွင်ဆွဲသားရမည့် အလျား = 10 cm

အနံ = 8 cm

လေ့ကျင့်ခန်း (6.1)

1. အောက်ပါစကေးများကို အငယ်ဆုံး အချိုးရအောင် ဖွဲ့ပေးပါ။

   (a) 10 cm : 1 m
   (b) 50 cm : 1 m
   (c) 25 cm : 1 m
   (d) 1 mm : 1 m
   (e) 5 mm : 1 m

2. အရုပ်ထုတ်လုပ်သောစက်ရုံတစ်ခုမှ တောတွင်းတိရစ္ဆာန်များကို 1 : 50 စကေးဖြင့် ထုတ်လုပ်လျက်ရှိသည်။ အောက်ပါဇယားတွင် လိုနေသော အတိုင်းအတာများကို တွက်ချက်၍ ဖြည့်ပေးပါ။

	အရုပ်မှ အတိုင်းအတာ	တိရစ္ဆာန်အစစ်မှ အတိုင်းအတာ
ကျား	....	300 cm
ဆင်	....	4.5 m
ခြင်္သေ့	3.5 cm	....
သစ်ကုလားအုတ်	6.5 cm	....

3. 128 ကိုက်ရှည်သော တံတားတစ်ခုကိုပြရန် သင့်တော်သော cm စကေးဖြင့် မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းဆွဲပါ။

4. 80 ကိုက်ရှည်သော ခြံစည်းရိုးတစ်ခုကို တစ်လက်မလျှင် 25 ကိုက်စကေးဖြင့် မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းဆွဲပြပါ။

5. 7 မိုင် 4 ဖာလုံရှည်သော လမ်းကိုသင့်တော်သော စကေးဖြင့် မျဉ်းဆွဲပြပါ။

6. ရထားခရီးမှာ ရန်ကုန်မှ (a) မန္တလေးသို့ 385 မိုင် ၊ (b) ပျမ်းမနားသို့ 225 မိုင် ၊ (c) သာစည်သို့ 306 မိုင် အသီးသီးရှိကြ၏။ ရထားလမ်းသည် မျဉ်းဖြောင့်ဟု ယူဆလျှင် 1လက်မလျှင် 100 မိုင်စကေးဖြင့် ရန်ကုန်မန္တလေး ရထားလမ်းကိုပြရန် မျဉ်းဖြောင့်ဆွဲပြီးလျှင် ကျန်နှစ်မြို့ကို နေရာမှန်အောင် ထည့်ပြပါ။

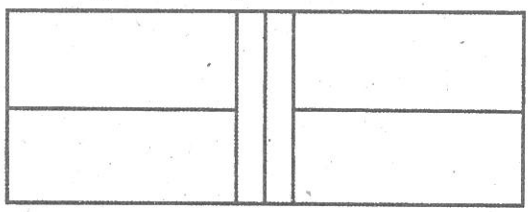
7. 1 လက်မလျှင် 10 ပေ စကေးထားသော ပုံတွင် 2.8" သည် ပကတိအလျားမည်မျှကို ပြသနည်း။

8. 1cm လျှင် 12 ပေ စကေးထားသော ပုံတွင် 9.5cm သည် ပကတိအလျားမည်မျှကို ပြသနည်း။

9. အောက်ပါပုံသည် သားရေကွင်းပစ်ကစားကွင်း၏ အချိုးကျပုံဖြစ်၍ 1 လက်မလျှင် 10 ပေ အချိုးထား၍ ဆွဲထားသောပုံဖြစ်သည်။ ၎င်းစနစ်ပုံမှ ကွင်း၏အလျား ၊ အနံ ၊ ပိုက်တစ်ဖက်စီရှိ အကွက်၏အကျယ် ၊ ကွင်းတစ်ဖက်ရှိ အူကြောင်း၏အရှည် ၊ အူကြောင်းတစ်ဖက်စီရှိ အကွက်၏ အကျယ်တို့ကို တိုင်း၍ ပကတိအတိုင်းအတာများကို ရှာပါ။ အဖြေကို အနီးဆုံးပေ အတိအကျဖြင့်ပေးပါ။ (ပုံ၏ အလယ်ကန့်လန့်မျဉ်းမှာ ပိုက်တန်းဖြစ်သည်။)

သားရေကွင်းပစ် ကစားကွင်းပုံ

စကေး 1" လျှင် 10' အချိုး



ပုံ (6.7)

10. တင်းနစ်(စ်)ကစားကွင်းတစ်ခု၏ အလျားသည် 78 ပေနှင့် အနံသည် 36 ပေရှိသည်။ ၎င်းကွင်း၏ အချိုးကျပုံကို 1cm လျှင် 10 ပေ စကေးဖြင့်ဆွဲပါ။ ၎င်းနောက် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းကို တိုင်း၍ ယင်း၏ ပကတိအလျားကိုတွက်ပြီး ကိုက်ဖြင့်ပြပါ။ အလယ်မှပိုက်တန်းကို မျဉ်းဆွဲ၍ မှတ်ပြပါ။

11. နှစ်ယောက်တွဲကြက်တောင်ရိုက် ကစားကွင်း၏အလျားသည် 44 ပေနှင့် အနံသည် 20 ပေရှိသည်။ သင့်တော်သော စကေးဖြင့် ကွင်း၏အချိုးကျပုံကို ဆွဲပါ။ အလယ်မှ ပိုက်တန်းကို မျဉ်းဆွဲ၍ မှတ်ပြပါ။

12. ဘတ်စကက်ဘောကစားကွင်း၏ အလျားသည် 85 ပေနှင့် အနံသည် 46 ပေရှိ၍ အလယ်စက်ဝိုင်းသည် 6 ပေ အချင်းဝက်ရှိသည်။ သင့်တော်သော စကေးဖြင့် အချိုးကျပုံတစ်ခု ဆွဲပါ။